마아코프 連鎖模型을 이용한 農作物의 植付面積 推移分析

康 廷 赫*

Ⅰ. 序 論

農作物의 植付面積 豫測은 식품의 공급량을 예측한다는 점에서 食品消費量 豫測과 더불어 농업관측의 핵심을 이루고 있으며, 예측치는 農産物 需給安定을 위한 제반 정책의 重要 指標로 활용될 수 있다. 그동안 植付面積 豫測에 관한 硏究가 시도된 바 있으나, 기본적으로 농민의 의사결정 패턴이 일정치 않고 우리 나라 農作物의 需給이 안정되어 있지 못하여 사실상 매우 어려운 과제이다. 하지만 농민의 의사결정 자체가 制限된 耕地面積 내에서 이익 극대화를 위한 作目間 競爭으로 본다면, 마아코프 連鎖(Markov Chain)模型의 적용을 모색해 볼 수 있다.

일반적으로 마아코프 連鎖模型은 문제되고 있는 확률 변수의 動的 變化狀態를 예측하고 분석함으로써, 이에 대응하는 각종 정책대안을 계획하고 평가하는 데 有用하게 이용될 수 있다. 그동안 本模型을 이용한 경제적인 의사결정 과정에 관해서는 T. C. Lee, G. G. Judge and A. Zellner(3)와 최근에는 C. J. Mellor(4), C. S. Kim and Glenn Schaible(2) 등에 의하여 많은 理論 및 應用硏究가 진행되어 왔다.

이러한 硏究된 技法들은 대체로 이용되는 자료의 형태에 따라 Macro技法과 Micro技法으로 구분될 수 있다. Micro 推移確率 算定技法은 개개의 단위가 어떻게 변동되었는가 하는 정보를 얻을 수 있는 보통 소규모 지역이나 母集團의 부분적 標本 등에서 이용될 수 있는 현실적으로 드문 경우로서, 最大尤度法(Maximum Likelihood Method), 베이지안 技法(Bayesian Method) 등이 있다. 반면에 Macro 推移確率 算定技法은 시간에 따라 각 상태에서의 總合된 時系列 資料의 정보만을 갖는 경우로서, 실제적으로 넓은 범위를 다룰 수 있는 利點으로 많은 연구가 되어 온 기법이다. Macro 算定技法으로는 無制限最小自乘(Unrestricted Least Squares), 制限最小自乘(Restricted Least Squares), 加重制限最小自乘(Weighted Restricted Least Squares), 一般化最小自乘(Generalized Least Squares),

* 硏究員

Macro 最大尤度(Macro Maximum Likelihood) 등의 古典的 推定技法과 사전정보를 이용한 Macro 베이지안 기법(Macro Bayesian Method)이 있다.

本硏究에서는 상기의 推移確率 算定技法들을 고찰하였으며, 無制限最小自乘 技法에서 발생될 수 있는 陰의 確率 要素를 갖는 경우에 대비하여 二次計劃解法에서의 線型相補理論을 보완하였다. 또한 冬期作物 植付面積 예측에 응용하여 제시된 기법에 의한 해결과정을 보이고, 이에 대한 유효성을 비교·평가하였다.

Ⅱ. 推移確率 算定技法

推移確率(transition probability)은 각 상태(state)간의 이동을 확률적으로 나타낸 것으로, 이를테면 $P_{ij}(m, n)$은 m 시점에서 i 상태가 n 시점의 j 상태로 이동될 확률로서 다음과 같이 표현된다.

$$P(m,n) = \begin{bmatrix} P_{11}(m,n), & P_{12}(m,n), & \cdots\cdots & P_{1r}(m,n) \\ P_{21}(m,n), & \cdots\cdots & \cdots\cdots & P_{2r}(m,n) \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ P_{r1}(m,n), & P_{r2}(m,n), & \cdots\cdots & P_{rr}(m,n) \end{bmatrix}$$

여기서 $i, j = 1, 2, \ldots, r$ 이다.

이때 모든 i, j에 대해 $P_{ij}(m, n) \geq 0$, 모든 i에 대해 $\sum_{j=1}^{r} P_{ij}(m, n) = 1$을 충족하여야 한다.

本節에서는 이러한 推移確率行列이 시간의 경과에도 불구하고 항상 동일한 경우를 假定한 Stationary 推移確率技法에 관하여 기술한다.

가. 無制限最小自乘 推定量(Unrestricted Least Squares Estimator)

各 狀態에서의 總合值인 比率(proportion)의 時系列 資料만을 이용하여, Miller에 의해서 제안된 標本誤差 自乘合(Sum of Squared Error)을 최소로 하는 古典的 最小自乘推定技法을 적용하면

(1) $y_j(t) = \sum_i y_i(t-1) P_{ij} + u_j(t)$

단, $y_j(t)$: 시점 t에서 상태 j의 觀測値

$y_i(t-1)$: 시점 t−1에서 상태 i의 觀測値

P_{ij} : 상태 i에서 상태 j로의 未知의 推移確率値

$u_j(t)$: $E(u_j) = 0$, $E(u_j u_j') = \sigma^2_j w_{ij}$ 인 random disturbance

와 같이 多變量 線型統計模型(Multivariate Linear Statistical Model)으로 표현할 수 있다. (1)式을 행렬형태로 나타내어 전개하면,

(2) $\mathrm{Min}\ \phi = u'u = (y-XP)'(y-XP)$

에서 고전적 최소자승추정치는

(3) $\tilde{P} = (X'X)^{-1}X'y$

으로 구할 수 있다. 그러나 이와같은 無制限最小自乘 推定値는 推移確率行列의 條件가운데 row sum 條件($\sum_i P_{ij} = 1$)은 항상 성립하지만 非陰條件($0 \leq P_{ij}$)은 충족되지 않는 수도 있다. 따라서 無制限最小自乘 推定値에서 要素(elements)가 非陰條件을 충족하지 않을 경우, 만약 陰의 값을 갖는 요소 P_{kh}을 調整한다면 $P_{kh} = 0$ $(k, h) \epsilon J$, $\sum_{j=1}^{r} P_{ij} = 1$ 의 제약조건을 첨가함으로써 해결할 수 있다. 즉, 제약식에

Lagrangean 승수(λ, u)를 이용한 함수

$$(4)\quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{r}(y_{it} - \sum_{i=1}^{r} y_{i,t-1} P_{ij})^2 + \sum_{i=1}^{r}\lambda_i(\sum_{j=1}^{r} P_{ij}-1) \sum_{(k,h)\epsilon J} u_{kh} P_{kh}$$

를 P_{ij}에 대해서 편미분하여 행렬형태로 표현하면,

$$(5)\quad X'y - X'XP = \lambda\xi^T + u$$

단, ξ : 모든 要素가 1인 列 벡타

u : $(i,j)\epsilon J$에서 u_{ij}, $(i,j)\notin J$에서 0의 要素를 갖는 正方行列

이다. 여기서 $\lambda = -\dfrac{1}{r}u\xi$ 이므로,

$$(6)\quad \widetilde{P}^A = (X'X)^{-1}(X'y + \frac{1}{r}u\xi\xi^T - u)$$

에서 調整値 $\widetilde{P}^A$ 를 구한다.

나. 制限最小自乘 推定量(Restricted Least Squares Estimator)

推移確率에 대한 非陰條件($0 \leq P_{ij}$)을 제약조건에 첨가하여 二次計劃解法을 이용하여 구하는 기법으로 즉,

$$(7)\quad \begin{aligned} \text{Min } u'u &= (y-XP)'(y-XP) \\ &= y'y - 2P'Xy + P'X'XP \\ \text{s.t.}\quad & GP = \eta_r \\ & P \geq 0 \end{aligned}$$

단, G : r 單位 submatrices Ir의 행렬($r \times r^2$)

η_r : 모든 要素(elements)가 1인 列 벡타($r \times 1$)

는 二次計劃問題이므로 이때 非線型 問題에 대한 Reducibility 理論을 이용하면 다음과 같이 모형을 설정할 수 있다.

$$(8)\quad \begin{aligned} &\text{Max } (X'y - X'X\widetilde{P}^c)'P \\ &\text{s.t.}\quad GP \leq \eta_r \\ &\qquad -GP \leq -\eta_r \\ &\qquad P \geq 0 \end{aligned}$$

단, $\widetilde{P}^c$: 最適 制限最小自乘 推定値

原問題(primal problem)에 대한 雙對問題(dual problem)는

$$(9)\quad \begin{aligned} &\text{Min } [\lambda_1', \lambda_2'] \begin{bmatrix} \eta_r \\ -\eta_r \end{bmatrix} \\ &\text{s.t. } [G' \; -G'] \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \geq X'y - X'X\widetilde{P}^c \\ &\qquad \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \end{aligned}$$

단, λ_1 λ_2 : 쌍대변수 벡타($r \times 1$)

이므로 이때 原-雙對 原理를 이용하면,

$$(10)\quad \begin{aligned} &\text{Max } (X'y - X'XP)'P - \lambda'_1\eta_r + \lambda'_2\eta_r \\ &\qquad = -\lambda_1', \alpha_1 - \lambda_2' \alpha_2 - \beta' P \leq 0 \\ &\text{s.t. } GP = \eta_r \\ &\qquad G'\lambda_1 - G'\lambda_2 + (X'X)P - \beta = X'y \\ &\qquad P, \lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta \geq 0 \end{aligned}$$

단, α_1 α_2, β는 原問題와 雙對問題의 各 여유변수 벡타

으로 정리할 수 있고 <표 1>과 같이 Wolfe에 의해 제안된 二次計劃解法의 표준 Simplex Version을 이용함으로써 해를 구할 수 있다.

표 1 制限最小自乘推定에 대한 二次計劃解法 Simplex Tableau

β_0	λ_1	λ_2	P	α_1	α_2	β
η_r			G	I		
$-\eta_r$			$-G$		I	
$X'y$	G'	$-G'$	$X'X$			$-I$

二次計劃問題는 相補餘裕整理(complementary slackness theorem)에 근거한 相補圍體法(complementary pivot algorithm)을 이용하여 Wolfe의 二次計劃解法과 동일한 결과치를 구할 수도 있다. 線型 相補法의 적용식은 다음과 같다.

$$(11)\quad W - MZ = q$$
$$\text{s.t.}\quad W_i Z_i = 0 \qquad \forall_i$$
$$W \geq 0,\ Z \geq 0$$

단, M은 positive semi-definite 형태인 正方行列

$$W = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \cdots\cdots \\ \beta \end{pmatrix}^T,\quad Z = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdots\cdots \\ P \end{pmatrix},\quad M = \left(\begin{array}{c|c} O & -G\ G \\ \hline G'\text{-}G' & X'X \end{array}\right)$$

$$q = \begin{pmatrix} \eta_r \\ -\eta_r \\ \cdots\cdots \\ X'y \end{pmatrix}$$

(11)式에서 相補解(W, Z)는 상보단체법에 의한 pivot step을 통하여 求할 수 있다.

다. 加重制限最小自乘 推定量(Weighted Restricted Least Squares Estimator)

正則加重行列(Non-singular weight matrix)을 이용하여 無限制 및 制限最小自乘推定 技法에서의 異分散(heteroscedasticity)의 문제점을 보완한 기법으로 여러형태의 加重行列 즉,

$$(12)\quad H = \begin{bmatrix} a_1 I & & \\ & a_2 I & \\ & & \ddots \\ & & & a_r I \end{bmatrix} = A \otimes I$$

단, A : 요소 a_i인 대각 行列

을 적용할 수 있다. 加重値 부여는 Theil & Ray에 의해 제안된 比率 y_i에 대한 평균의 逆($a_i = T/\sum_{t=1} y_i(t)$), 多共線性(multicolinearity)의 문제점을 보완하기 위해 하나의 列이 제거된 일반화된 가중치($a_i = \Sigma^+$), 대각요소($a_i = N(t) / [w_j(t) * (1-w_j(t))]$) 등을 이용할 수 있다. 이때 목적함수에 加重行列이 첨가된 加重制限最小自乘 推定値는 制限最小自乘 技法과 同一한 二次計劃解法을 이용한다.

라. 一般化最小自乘 推定量(Generalized Least Squares Estimator)

最良線型不偏推定値(Best Linear Unbiased Estimate)를 구하기 위해서 Disturbance의 分散-共分散行列을 正則(Non-singular) 行列로 변환시킨 역행렬을 이용한다. 전술한 多變量線型模型에서는 比率 y는 평균 $q_i(t)$, 분산 $q_j(t)\,[1-q_j(t)] / N(t)$, 공분산 $-q_i(t)q_j(t) / N(t)$인 多項分布(Multinomial distribution)에서 생성된 것으로 가정한다. 이때 Disturbance의 분산-공분산행렬은 非正則(Singular) 행렬이며, 이는 중복된 변수(redundant variable)에서 기인 한다. 따라서 중복된 변수가 제거된 모형은,

$$(13)\quad y = X_\bullet P_\bullet + u_\bullet$$

단, y : (r-1) Subvector의 列 벡타($T(r-1) \times 1$)

$X_\bullet$: $X_j,\ j = 1, 2, \cdots, r-1$인 $T(r-1) \times r(r-1)$ block 대각행렬

$P_\bullet$: (r-1) Subvector의 모수 列 벡타

$u_\bullet$: $E(u_\bullet) = 0,\ E(u_\bullet u_\bullet') = \Sigma_\bullet$, $\Sigma_\bullet$는 Σ의 submatrix인 正則行列($(r-1)T \times (r-1)T$)

이다. 共分散逆行列($\Sigma_\bullet^{-1}$)은 크기($T \times T$)의 ($(r-1) \times (r-1)$)인 대각 submatrices행렬($T(r-1)$

$\times T(r-1)$)으로 이 경우 最大尤度法을 이용하여 求하면, 無制限 一般化 最小自乘 推定値는

$$(14) \qquad \hat{P}_* = (X_*' \Sigma_*^{-1} X_*)^{-1} X_*' \Sigma_*^{-1} y_*$$

이다. 制限一般化最小自乘 推定値는 전술한 非線型問題의 Reducibility 이론을 이용한다. 즉,

$$(15) \qquad \text{Max } (X_*' \Sigma_*^{-1} y_* - X_*' \Sigma_*^{-1} X_* \hat{P}_*^c)' P_*$$

$$\text{s. t.} \quad RP_* \leq \eta_r$$

$$P_* \geq 0$$

단, $\hat{P}_*^c$: 最適 制限一般化最小自乘 推定値

R : (r−1) 單位 Submatrices Ir의 행렬 $(r \times (r-1)r)$

에서 制限最小自乘推定 技法과 동일하게 쌍대문제를 구하며, 이때 原一雙對 問題는

$$(16) \qquad \text{Max } (X_* \Sigma_*^{-1} y_* - X_*' \Sigma_*^{-1} X_* P_*)' P_* - \lambda' \eta_r$$

$$= -\lambda' P_r - \beta' P_* \leq 0$$

$$\text{s. t.} \quad RP_* + P_r = \eta_r$$

$$R'\lambda + (X_* \Sigma_*^{-1} X_*) P_* - \beta$$

$$= X_*' \Sigma_*^{-1} y_*$$

$$P_*, P_r, \lambda, \beta \geq 0$$

단, λ : 쌍대변수의 벡타 β, P_r : 여유변수의 벡타

이며 (16)式의 심플렉스표는 <표 2>와 같다.

표 2 制限一般化最小自乘 技法에 대한 Simplex tableau

β_0	$\lambda \geq 0$	$P_* \geq 0$	$P_r \geq 0$	$\beta \geq 0$
η_r	0	R	I	0
$X_*' \Sigma_*^{-1} y_*$	R′	$X_*' \Sigma_*^{-1} X_*$	0	− I

마. Macro 最大尤度 推定量(Macro Maximum Likelihood Estimator)

總合觀測 比率値는 전술한 바와 같이 多項分布에서 생성된 것으로 가정하고 最大尤度原理를 이용하여 標本分布에서 未知의 母數에 대한 推定量을 산출한다. 각 상태에서의 總計量을 $n_i(t) = N(t) y_i(t)$, 實際確率値를 $q_j(t) = \sum_{i=1}^{r} y_i(t-1) P_{ij}$, $\sum_{j=1}^{r} q_j(t) = 1$로서 정의하면 관측비율치 $y_j(t)$가 주어질 때 母數 P_{ij}에 대한 결합밀도함수인 尤度函數는

$$(17) \qquad L(P/y) = \prod_{t=1}^{T} \frac{N(t)!}{\prod_m [N(t) y_m(t)]! \, [N(t) - \sum_k N(t) y_k(t-1)!]} \times \prod_j [\sum_i y_i(t-1) P_{ij}]^{N(t) y_j(t)} [1 - \sum_k \sum_i y_i(t-1) P_{ik}]^{N(t)[1-\sum_k y_k(t)]}$$

단, $m, j, k = 1, 2, \ldots, r-1 \quad i = 1, 2, \ldots\ldots, r$

P : $P_{ij}(i, j = 1, 2, .., r)$인 母數 列 벡타

y : $y_i(t), y_i(t-1)$ $(t = 1, 2, .., T)$ 要素의 벡타

이다. 最大尤度法에 의해서 母數 P_{ij}에 대해서 Log函數를 미분하고 간단한 행렬형태로 나타내면,

$$(18) \qquad X_*' \Sigma_*^{-1} y_* - X_*' \Sigma_*^{-1} X_* P_* = 0$$

이다. 따라서 無制限最大尤度 推定値는

$$(19) \qquad \hat{P}_* = (X_*' \Sigma_*^{-1} X_*)^{-1} X_*' \Sigma_*^{-1} y_*$$

이며 制限最大尤度 推定値는 < 표 2>의 制限一般化 最小自乘 推定値와 같다. 여기서 Disturbance의 共分散逆行列(Σ_*^{-1})의 未知의 母數는 推移確率의 추정치를 이용하여 추정하는 循環

(recursive) 절차에 의하여 구한다. Σ_{*}^{-1}에서 미지의 요소 $q_j(t)$는 $\hat{P}^c_{ij}(1)$의 추정치를 얻기 위해 一致 推定量 $y_j(t)$에 의해 代替되며 다음요소는 $\hat{q}^c_j(t) = \sum_{i=1}^{r} y_i(t-1)\ \hat{P}^c_{ij}(1)$에 의해서 추정된다. $\hat{P}^c_{ij}(n+1) = \hat{P}^c_{ij}(n)$까지 몇차례의 반복과정에서 개선된 制限最大尤度 推定値를 求할 수 있다.

바. Macro 베이지안 推定量(Macro Bayesian Estimator)

觀測된 總合時系列 資料에서 推移確率 P_{ij}의 尤度函數가 주어질 때, 母數에 대한 사전정보로서 제약조건($\sum_j P_{ij} = 1,\ 0 \leqq P_{ij} \leqq 1$)을 충족시킬 수 있는 事前分布가 多變量베타分布(multivariate beta distribution)를 따른다고 가정한다.

$$(20)\qquad f(P_{i1}, P_{i2}, \ldots, P_{ir}) = \frac{\Gamma(a_{i1} + a_{i2} + \cdots + a_{ir})}{\Gamma(a_{i1})\Gamma(a_{i2})\ldots\Gamma(a_{ir})} P_{i1}^{a_{i1}-1} \cdot P_{i2}^{a_{i2}-1} \cdots P_{ir}^{a_{ir}-1}$$

단, a_{ij} : 事前情報로서 할당되는 陽의 母數値

Γ : 감마 函數

이 경우 推移確率 P_{ij}의 주변분포(marginal distribution)는 다음과 같은 평균과 분산값을 갖는 베타 분포이다.

$$(21)\qquad f(P_{ij}) = \frac{1}{B(a_{ij}, \sum_{k\neq j}^{r} a_{ik})} P_{ij}^{a_{ij}-1} (1-P_{ij})^{\sum_{k\neq j}^{r} a_{ik}-1}$$

단, B : 베타 函數

$$E(P_{ij}) = a_{ij} / \sum_{j=1}^{r} a_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_i}$$

$$V(P_{ij}) = a_{ij}(a_i - a_{ij})/a_i^2(a_i + 1)$$

$$= \frac{E(P_{ij})\ (1-E(P_{ij}))}{a_i + 1}$$

한편 P_{ij}에 대한 결합사전확률분포는,

$$(22)\qquad \prod_{i=1}^{r} f(P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}, \ldots, P_{ir}) = \prod_{i=1}^{r} \frac{\Gamma(a_i)}{\prod_{j=1}^{r} \Gamma(a_{ij})} \prod_{j=1}^{r} P_{ij}^{a_{ij}-1}$$

이며 事後分布는

$$(23)\qquad f(P_{*} \mid n) = K[\prod_{t=1}^{T} \prod_{j=1}^{r-1} q_j(t)^{n_j(t)}\ [1-\sum_{m=1}^{r-1} q_m(t)]^{N(t)-\sum_{m=1}^{r-1} n_m(t)} \times \prod_{i=1}^{r} \prod_{j=1}^{r-1} P_{ij}^{\,a_{ij}-1}\ [1-\sum_{k=1}^{r-1} P_{ik}]^{a_i-(\sum_{k=1}^{r-1} a_{ik}-1)}]$$

단, K : 母數와 無關한 常數

이다. 베이지안 推移確率 推定量은 最大尤度法에 의하여 (23)式의 事後分布의 Log函數를 微分함으로써 구할 수 있으며, 간단한 행렬형태로 표시하면 다음과 같다.

$$(24)\qquad X_{*}'\Sigma_{*}^{-1}y_{*} - X_{*}'\Sigma_{*}^{-1}X_{*}P_{*} + \Sigma_{o}^{-1}f - \Sigma_{o}^{-1}JP_{*} = 0$$

여기에 제한조건을 첨가하여 非線型의 Reducibility 理論을 응용한 原 — 雙對問題는

$$(25)\qquad \text{Max } (X_{*}'\Sigma_{*}^{-1}y_{*} - \Sigma_{o}^{-1}f - X_{*}'\Sigma_{*}^{-1}X_{*}P_{*} - \Sigma_{o}^{-1}J)'P_{*} - \lambda'\eta_r = -\alpha'P_{*} - \lambda'P_r \leq 0$$

$$\text{s.t.}\quad RP_{*} + P_r = \eta_r$$

$$R'\lambda + (X_{*}'\Sigma_{*}^{-1}X_{*} + \Sigma_{o}^{-1}J)P_{*} - \alpha = X_{*}'\Sigma_{*}^{-1}y_{*} + \Sigma_{o}^{-1}f$$

$$\lambda, P_r, \alpha, P_{*} \geq 0$$

단, P_r, α : 여유변수의 벡타$(r \times 1)$,

λ : 쌍대변수의 列 벡타$(r \times 1)$

이며 (25)式의 심플렉스표는 <표 3>과 같다.

표 3 Bayes推定量에 대한 Simplex Tableau

β_0	$\lambda \geq 0$	$P_* \geq 0$	$P_r \geq 0$	$\alpha \geq 0$
η_r	0	R	I	0
$X_*' \Sigma_*^{-1} y_* + \Sigma_0^{-1} f$	R′	$X_*' \Sigma_*^{-1} X_* + \Sigma_0^{-1} J$	0	− I

Ⅲ. 植付面積의 推移豫測

1. 對象作目 및 假定

우리나라 중부권역의 冬季作物 植付形態는 마늘, 보리 그리고 기타작물(시금치와 시설작물을 포함)으로 構成되어 있다. 앞에서 제시된 推移確率 算定技法들을 3作目을 對象으로 한 단순면적 시계열자료(1975~88년)를 이용하여, 농민들의 植付意思 決定時 作目間 競爭에 따르는 변화를 動態的으로 추계하고 내부적인 作目間 移動을 추적하고자 한다.

전제조건으로 植付可能한 面積中 농경지의 他目的 轉用이나 遊休地에서의 植付 조성면적은 고려되지 않았으며, 경쟁관계에 있는 各 作目間의 상호관련성을 규명하기 위해 식부면적 자체만의 비율치로써 추계되었다.

표 4 年度別 冬季作物 植付面績 推移, 1975~88

단위 : ha

연도	총면적	면적비율		
		마늘	보리	기타
1975	214275	0.03573	0.95113	0.01314
1976	226358	0.03303	0.95276	0.01421
1977	158451	0.06435	0.91182	0.02383
1978	185958	0.07664	0.89689	0.02647
1979	128994	0.14714	0.81731	0.03555
1980	86576	0.18979	0.74397	0.06624
1981	89957	0.14139	0.78011	0.07850
1982	77867	0.17647	0.73830	0.08522
1983	80478	0.19466	0.71753	0.08781
1984	80692	0.22113	0.68276	0.09611
1985	51600	0.30768	0.52967	0.16265
1986	45722	0.40734	0.38508	0.20758
1987	46181	0.37370	0.41446	0.21184
1988	39451	0.29540	0.43760	0.26700

자료 : 작물통계, 농림수산부, 每年資料.

식부면적 시계열자료에 의한 各 作物別 面積比率은 <표 4>와 같다.

2. 推移確率 推定値의 豫測

算出된 推移確率行列의 결과치는 <표 5>에 요약되어 있다.

推移確率 推定値들은 대체로 類似한 趨勢를 보이고 있다. 식부면적의 변동에 있어서 보리는 이동면적이 거의 없이 계속 식부의 높은 정도를 나타내며, 마늘과 기타작물에서 보리로 이동면적은 없는 것으로 나타났다. 또한 기타작물도 技法에 따라서는 고정적인 높은 식부형태를 보이고 있으며, 마늘과 상호변동이 있는 경우는 마늘의 대체작물로 기타작물이 선호되고 있다고 볼 수 있다. 보리는 1987년부터 政府에서 계약재배로 수매하고 있음에도 불구하고 作物의 所得率에서 상대적으로 열세이므로 농민들의

경작 기피현상이 있다고 추측되며, 現趨勢로 볼 때 약간의 계속적인 면적감소가 예상된다. 반면에 기타작물은 재배수익성에 따라 최근에 식부면적이 증가하는 趨勢를 보일 것으로 豫想된다.

古典的 推定技法은 단지 標本情報만을 이용하지만 事前情報가 이용될 수 있다. 이러한 事前知識의 創出은 농민들의 식부의향 설문조사 통계치, 일부 주산단지 標本調査 등의 관련정보의 충분한 feed back과정에서 최근의 농민의 식부경향를 일정한 형태로 나타낼 수 있다. 事前情報로써 얻어진 결과는 마늘, 보리에서 기타 작물로 변동하는 증가추세와 기타작물의 계속적인 높은 식부행태가 있음을 보이고 있다. 이때 推移確率에 대한 事前分布로 다변량 베타분포의 事前 母數値를

	마늘	보리	기타
마늘	88.4	1.0	10.6
보리	4.3	85.4	10.3
기타	6.7	1.0	92.3

으로 설정하고, 베이지안 推定技法에 의해 事前情報에 標本情報를 부가하여 수정된 값인 <표 6>의 推移確率 推定値는 비교적 事前情報의 값에 접근된 결과치를 나타내고 있다. 이것은 標本情報에 대한 資料의 數가 충분치 못하므로, 사후모수치가 사전모수치 즉, 初期 主觀的 母數에 接近한 것으로 판단된다.

표 5 古典的 推定技法에 의한 推移確率 推定値

추정기법	추이확률 추정치		
무제한최소자승	1.10305617	−0.26164006	0.15858389
	0.03795479	0.96073567	0.00130955
	−0.31183676	0.43292408	0.87891268
무제한최소자승보정	0.92710057	0	0.07289943
	0.04317152	0.9475200	0.00931848
	0	0	1.00000000
제한최소자승	0.87964187	0	0.12035813
	0.03021938	0.96635887	0.00342175
	0.09578972	0	0.90421028
가중제한최소자승 $a_i = \Sigma^+$	0.94534139	0	0.05465861
	0.02737060	0.96649938	0.00613002
	0.00407333	0	0.99592667
$a_i = T/\Sigma y_i(t)$	0.96610438	0	0.03389562
	0.02147996	0.93712445	0.04139558
	0	0	1.00000000
$a_i = N(t)/[W_j(t) * (1-W_j(t))]$	0.96288112	0	0.03118879
	0.02318064	0.96541418	0.01140518
	0	0	1.00000000
일반화최소자승	0.86812901	0	0.13287099
	0.03921029	0.95664546	0.00414425
	0.11968447	0	0.88031553
Macro 최대우도법	0.86806633	0	0.13193367
	0.04055547	0.95564486	0.00379966
	0.11618534	0	0.88381466

표 6 베이지안 技法에 의한 推移確率 推定値

추정기법	추 이 확 률 추 정 치
Macro Bayes	$\begin{bmatrix} 0.90562434 & 0 & 0.09437566 \\ 0.03832101 & 0.95253440 & 0.00914915 \\ 0.05994798 & 0 & 0.94005202 \end{bmatrix}$

1988년의 植付面積 實測値를 기준으로 한 향후 5년간의 예측결과는 <표 7>과 같으며, 各 作物에서의 변동추세를 實測比率과 制限最小自乘推定, 一般化最小自乘推定, Macro Bayes 推定技法을 例로 한 豫測比率을 <그림 1>에 나타내었다.

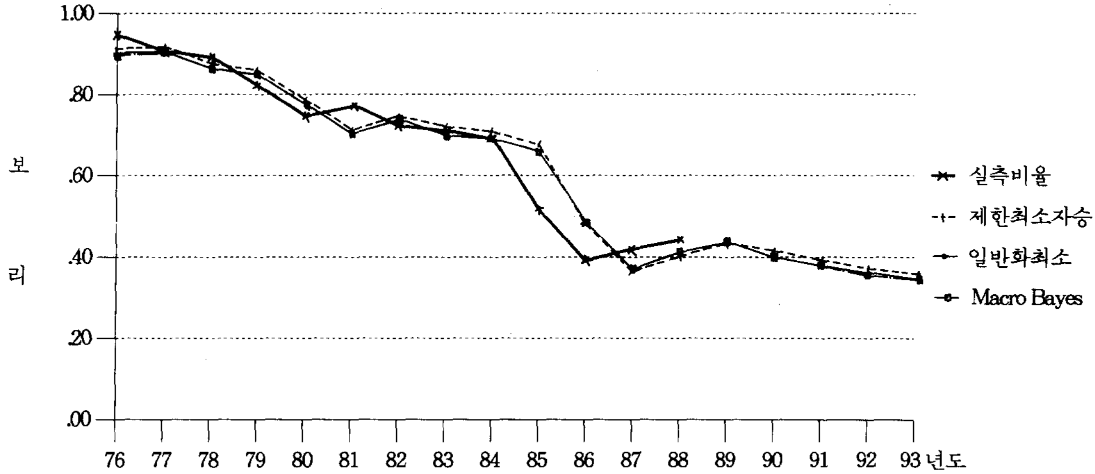
표 7 各 推定技法에서 예측된 식부면적 構成比

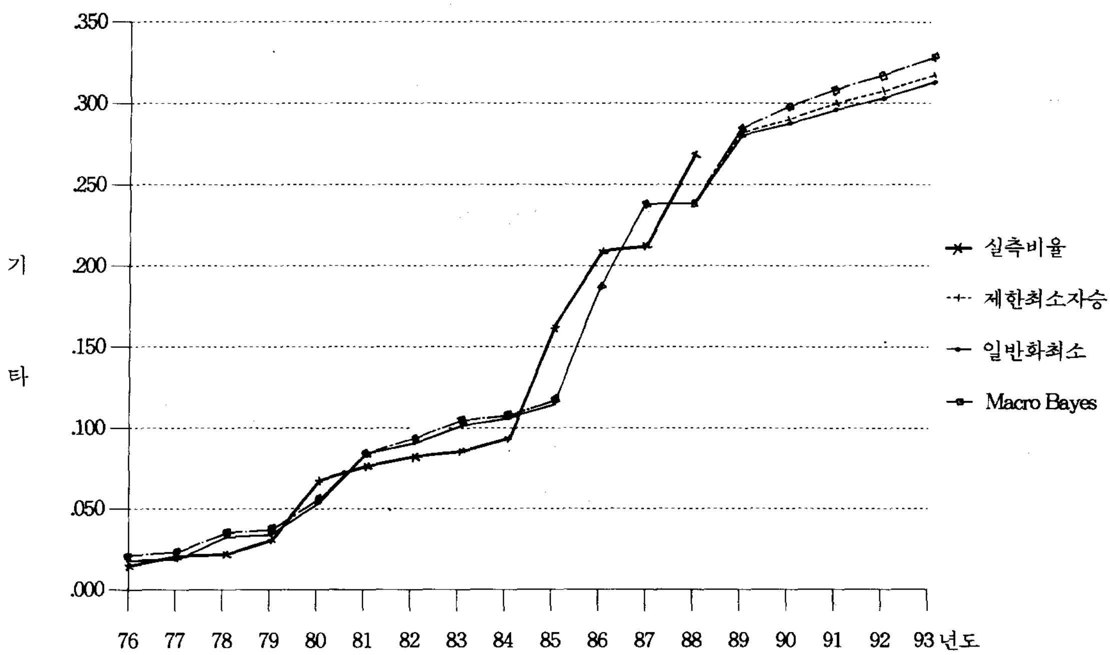
연 도	추 정 기 법	면적비율		
		마 늘	보 리	기 타
1989	가중제한최소자승*	0.296331	0.422465	0.281204
	Macro 최대우도	0.315195	0.418190	0.276614
	Macro Bayes	0.300297	0.416829	0.282876
1990	〃	0.296882	0.407854	0.295265
		0.314028	0.399641	0.286330
		0.304887	0.397044	0.298073
1991	〃	0.297076	0.393748	0.309176
		0.322072	0.381915	0.296012
		0.312647	0.379433	0.307923
1992	〃	0.296938	0.380130	0.322932
		0.329461	0.364975	0.305563
		0.319686	0.362603	0.317714
1993	〃	0.296489	0.366983	0.336528
		0.336298	0.348787	0.314915
		0.326128	0.346520	0.327355

$*N(t)/(W_i(t)*(1-W_i(t)))$

그림 1 各 作物別 植付面積 豫測比率 推移

<그림 1 계속>


1.00
.80
.60
.40
.20
.00
보
리
76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 년도
실측비율
제한최소자승
일반화최소
Macro Bayes


.350
.300
.250
.200
.150
.100
.050
.000
기
타
76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 년도
실측비율
제한최소자승
일반화최소
Macro Bayes

다. 分　　析

實測値와 各 推定技法에 의해 구해진 예측치 자료(1976~89년)에 대한 분석의 評價尺度로써 平均自乘誤差(M. S. E.)를 이용하였으며, 또한 예측의 접근도를 Chi-square값에 의해 계측하여 시계열자료에 대한 Stationary Markov Chain 模型의 適合性을 검증하였다. 有意水準 $\alpha = 0.05$, 自由度에서의 $\chi^2 > \chi^2_\alpha$이면 Stationary Markov Chain 模型을 따른다는 귀무가설을 기각한다.

표 8　各 技法에 대한 M. S. E. 와 Chi-square値

추 정 기 법	M. S. E.	χ^2
무제한최소조정	0.002106541	32.62239168
제 한 최 소 자 승	0.002103571	33.23196678
가중제한최소자승		
$(ai = \Sigma^+)$	0.002103399	33.453978
$(ai = T/\Sigma y_i(t))$	0.002214545	44.1854003
$(ai = N/\{W_i(t) * (1 - W_j(t)\})$	0.00211926	34.314534
일반화최소자승	0.002015036	31.603720
Macro 최대우도	0.002008517	31.5086946
Macro Bayes	0.001999877	31.7555545

<표 8>의 性能比較에서 볼 때 가중제한최소자승$(ai = T/\Sigma y_i(t))$을 제외하고, 시계열자료가 충분히 Stationary Markov Chain模型을 따른다고 볼 수 있으며, 비교적 실제응용에 있어서 現實化 될 수 있을 것으로 提示된다. M. S. E. 관점에서 Macro 최대우도추정치가 唯一하게 反復절차를 이용함에 따라 Macro Bayes 추정치와 함께 가장 좋은 性能을 보이고 있다. 가중제한최소자승 추정치는 전반적으로 이론적 기대치에 미치지 못하는 결과이며, 여러가지 임의의 加重行列에서의 性能測度가 요구된다. 일반적으로 標本크기가 증가함에 따라 추정치의 편기(bias)는 적어지고 참값(true value)에 接近할 것이며 표본크기에 따라서 性能의 優劣은 다소 차이가 있을 것으로 豫想된다.

Ⅳ. 結論 및 追後 研究事項

마아코프 連鎖模型을 이용한 식부면적 예측에 있어서 植付面積의 구조적변화에 영향을 미치는 外生變數들의 기능적 변화를 반영하지 않았다. 하지만 推移에 영향을 미치는 農産物價格政策, 農地利用政策 등 諸與件이 과거와 유사한 趨勢로 앞으로 계속 된다면, 단기간의 예측에 이러한 投影豫測(projection)技法은 합리적으로 이용될 수 있다고 판단된다.

한편 長期的인 측면에서 볼 때 本 統計的 推定技法의 이용은 外生變數의 先行豫測에 따르는 어려움과 제한점이 없이, 長期食品 需給狀態의 파악에 있어서 특정한 정책대안을 구축하기 위한 기초자료로서 作目間의 경쟁형태와 방향이 충분히 파악될 수 있으며, 다양한 지역적 단위에 있어서도 비교적 명료한 분석이 가능하다.

또한 信賴性이 높은 추정치를 얻기 위해서는 더 많은 시계열 자료가 요구되나, 특히 적은 시계열 자료에서는 사전정보를 이용하는 베이지안 기법의 적절한 이용으로 좋은 결과치를 산출할 수 있다. 그러나 事前母數値의 설정에 있어서 不完全한 情報가 이용될 수 있으므로 植付面積의 構造的 變化에 대한 신빙성 있는 사전분포를 추정하는 기법이 보완되거나, 사전분포를 이용하지 않고 경험적 자료를 이용하는 경험적 베이지안 技法을 적용한 效率的인 推定技法의 개발도, 추후 연구과제가 될 것이다.

참 고 문 헌

강정혁, "産業人力의 移動에 관한 推移確率 模型의 應用", 한국품질관리학회지, 제17권제2호, 81－92, 1989.

Kim, C. S. and Glenn Schaible, "Estimation of Transition Probabilities Using Median Absolute Deviations", Journal of Agricultural Economics Research, 40, 12－19, 1988.

Lee, T. C., Judge, G. G. and Zellner, A., Estimating the Parameters of the Markov probability Model from Aggregate Time-Series Data, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1977.

Mellor, C. J. "An Application and Extension of the Markov Chain Model to Cereal Production", Journal of Agricultural Economics, 35, 203－215, 1984.

Murty, K., Linear and Combinatorial Programming, John Wiley and Sons Inc., 1976.

Judge, G. G, Hill R. C., Griffiths W. E., Lütkepohl and Lee T.C., Introduction to the Theory and Practice of Econometries, John Wiley and Sons Inc., 1988.

Zellner, A., An Introduction to Bayesian Inference in Econometrices, John Wiley and Sons Inc., 1971.