환율과 가격 불확실성 하에서 경쟁적인 수입기업의 투기적 행위 및 헤지 거래량 결정

사공 용*

Keywords
헤징행위(hedge behavior), 투기적 행위(speculative behavior), 선물(futures), 기대효용(expected utility), 편의 선물가격(biased futures price), 불편 선물가격(unbiased futures price), 평균-분산 분석(mean-variance analysis), 평균값 정리(mean-value theorem), 절대위험 회피계수(coefficient of absolute risk aversion), CARA(constant absolute risk aversion), DARA(decreasing absolute risk aversion), IARA(increasing absolute risk aversion), 분리정리(separation theorem)

Abstract
This paper extends Lee and Sakong (1997) analyzing the speculative and hedging behavior of a risk-averse and competitive importing firm under exchange rate and price uncertainty to the general case to maximize the expected utility of its profit. I verify that when commodity futures price is biased, the optimal hedging volume in the foreign exchange futures market should be less than the expected dollar profit earned from the speculative behavior in the commodity futures market. It is also supported by the numerical simulation. And I also verify the reason why domestic oil refiners have a very low share of futures trading for hedging. This is because the domestic sales price is closely linked to the cost of imports and therefore they are less exposed to the price risk.

차례

* 서강대학교 경제학과 교수. e-mail: ysakong@sogang.ac.kr

1. 서 론

위험 회피적인 경제주체에 불확실성의 존재여부는 의사결정을 함에 있어 매우 중요한 요인으로 작용한다. 위험 회피적인 기업의 입장에서는 불확실성을 없애거나 줄여 줄 수 있다면 생산량이 증대되어 경제의 효율성을 증대시킬 수 있고, 이러한 기능을 하는 것이 선물계약이라고 할 수 있다.

우리와 같이 원자재를 많이 수입하는 국가의 입장에서 수입기업은 달러로 표시된 원자재 가격의 불확실성뿐만 아니라 환율의 불확실성도 동시에 고려하여 수입물량을 결정하게 된다. 본 연구에서는 국제 원자재 가격과 환율의 불확실성에 직면한 수입기업이 원자재 선물과 원/달러 선물시장을 동시에 이용할 수 있을 때, 이 기업의 수입물량의 결정 및 선물거래의 행위에 대해 살펴보고자 한다.

Kawai and Zilcha(1986)와 Viaene and Zilcha(1998)는 환율과 상품가격이 불확실한 상황에서 헤징을 위한 수출입기업의 원자재 선물 거래량과 선물환 거래량을 도출하였다. Kawai and Zilcha(1986)에서는 생산 불확실성이 없다고 가정하였고, Viaene and Zilcha(1998)에서는 생산 불확실성이 있는 경우를 분석하였다. 이 밖에도 Adam- Müller(1997)는 가격불확실성은 없으나 환율 불확실과 수입 불확실에 직면한 수출기업은 헤징목적으로 외환 선물시장에서 과소헤징(under hedging)한다고 하였다. 그리고 우리나라에서는 이탁구 외(1997)가 평균-분산 분석(mean-variance analysis)을 이용하여 수입기업의 행위에 대해 분석하였다. 이탁구 외(1997)는 평균-분산 분석을 이용함으로써 기대효용을 극대화하는 Kawai and Zilcha(1986)보다 더 많은 정보를 제공해 줄 수 있다는 장점이 있으나 제한된 가정하에서만 성립하는 평균-분산 분석을 이용하고 있다는 단점을 가지고 있다.[1]

선물환율이 기대되는 현물환율과 동일하나 원자재 선물가격은 기대되는 원자재 가격과 차이가 날 때 원자재 선물에서 투기적 거래가 발생하고, 이로 인해 기대되는 달러 수익이 발생하게 된다. 평균-분산 분석을 이용한 이탁구 외(1997)에서는 기대되는 달러 수익만큼을 외환 선물시장을 통하여 헤징을 하는 것이 최적이라는 결과를 도출하였다. 원자재 선

[1] 평균-분산 분석은 소득이 정규분포를 이루고 있고, 소득에 관계없이 절대위험 회피계수가 일정한 CARA(constant absolute risk aversion) 효용함수를 가정하거나 효용함수가 3차식의 형태($u'''=0$)를 갖추고 있다면 이용할 수 있다. 이 연구의 주제에서는 소득이 정규분포를 이루고 있다는 가정이 성립하지 않기 때문에 효용함수가 3차식의 형태를 갖고 있다는 가정에서만 평균-분산 분석을 이용할 수 있다. 그러나 $u'''=0$은 IARA(increasing absolute risk aversion)을 가정하는 것이 되어 현실에 부합하지 않는다.

물시장에서 투기적 매입거래를 하건 매도거래를 하건 이러한 투기적인 선물 거래로 파생되는 선물환 거래는 항상 매도를 한다는 것이다. 원자재 선물시장에서 투기적 매입거래를 한다고 하더라도 실제로 만기에 현물을 인수받기 위한 달러가 필요한 것이 아니고 만기에 반대매매로 청산하여 달러 수익을 벌 것으로 기대하여 외환선물시장에서 매도를 한다는 것이다.

상황에 따라 평균-분산 분석을 이용하는 결과나 기대효용 극대화를 하는 결과가 동일할 수 있다. 예를 들어, 가격불확실성만이 존재한다면 이를 헤징하기 위한 선물거래량은 두 방법에서 동일하게 생산량 전체를 선물시장을 통하여 매도를 하는 것이 된다. 그러나 생산 불확실성이 있는 경우 Losq(1982)에서 증명한 바와 같이 평균-분산 분석에서는 기대되는 생산량을 선물시장에서 매도하는 것이 되고, 기대효용 극대화 모형에서는 기대되는 생산량보다 적게 매도하는 것이 최적인 상황으로 도출된다.

따라서 본 연구에서는 기대효용을 극대화하는 모형을 이용하여 이탁구 외(1997)와 동일한 결과가 도출되는지를 살펴보고자 한다. 만약 차이가 나면 어떠한 이유 때문에 차이가 나고 수치적 예(numerical examples)를 통하여 얼마나 차이가 나는지를 보이고자 한다. 그리고 우리나라에서 원자재를 수입하는 정유회사나 사료회사들이 선물시장을 통하여 헤징하는 비율이 상대적으로 낮은데 그 이유에 대해서도 설명하고자 한다.

본고의 구성은 다음과 같다. 제2절은 분석모형과 적정수입량, 헤징 및 투기적 거래를 설명한다. 제3절은 제2절에서 얻은 결과 중에 기존 연구와 차이가 나는 부분에 대한 수치적 분석의 예를 제시하며, 이어서 제4절은 원자재를 수입하는 우리 기업들의 헤징 비율이 낮은 원인에 대해 설명한다. 마지막 제5절은 연구결과를 요약하고 결론을 내린다.

2. 분석 모형

어느 기업(예를 들어, 사료회사 혹은 정유회사)이 미래의 T시점에서 원자재를 수입하기로 결정하고자 한다고 하자. 수입기업은 해외시장에서 달러 표시 수입가격(P_T)과 환율(e_T)의 불확실성에 직면해 있고, 이러한 불확실성을 헤징하기 위해 원자재 선물(달러 표시로 거래)과 원/달러 선물을 이용한다고 하자. 상품선물과 원/달러 선물을 이용하는 이 기업의 T시점에서의 수익을 Y_T라고 할 때, 기존연구들[Kawai and Zilcha(1986)와 이탁구 외(1997)]과 같이 Y_T를 다음과 같이 설정한다. 단 이탁구 외(1997)에서와 같이 환율과 원자재 달러 가격 간의 공분산은 영으로 가정한다.

$$(1) \qquad Y_T = G(M) - e_T P_T M + e_T (P_T - P_f) Z + (e_T - e_f) X$$

여기서 M은 수입물량, P_f와 e_f는 각각 원자재 선물가격과 원/달러 선물환율, X와 Z는 각각 원/달러 선물거래량과 원자재 선물거래량을 나타낸 것이다. X와 Z가 양의 값을 가지면 선물 매수물량을 나타내고, 음의 값을 가지면 절댓값만큼의 선물 매도물량을 의미한다. 그리고 이 기업의 수입은 $G(M)$으로 나타내었고, $G(M)$은 강오목(strictly concave)함수이다. 아래 첨자 T가 붙어 있는 변수들은 현재 시점에서 알려져 있지 않은 확률변수를 나타낸다.[2]

수입기업은 다음과 같이 기대되는 효용을 극대화하는 원자재 수입량(M), 원/달러 선물거래량(X) 그리고 원자재 선물 거래량(Z)을 결정하게 된다.

$$(2) \qquad \underset{M,X,Z}{Max} \quad E[u(Y_T)]$$

여기서 $u(Y_T)$는 효용함수로서 $u'(Y_T) > 0$, $u''(Y_T) < 0$이다. 그리고 절대위험 회피계수(absolute risk aversion coefficient)를 $A(=-u''/u')$라고 할 때, 소득 Y_T가 크면 A가 작아지는 DARA(decreasing absolute risk aversion) 효용함수나 A가 일정한 CARA(constant absolute risk aversion) 효용함수가 일반적이라고 볼 수 있다. 즉,

$$(3) \qquad \frac{\partial A}{\partial Y_T} = \frac{\partial(-u''/u')}{\partial Y_T} = -\frac{u'''}{u'} + \left(\frac{u''}{u'}\right)^2 \le 0 \quad \text{if } CARA\text{나 } DARA \text{ 효용함수}$$

이고, DARA 혹은 CARA 효용함수라면 식 (3)이 양의 값을 가져서는 안 된다. 그런데 $u' > 0$이고 $u'' < 0$이기 때문에 식 (3)이 양의 값을 갖지 않기 위해서는 $u''' > 0$이어야 한다.

평균-분산 분석을 이용하는 경우에는 $u''' = 0$을 가정하는 것이 되어[3] 식 (3)의 값이 양의 값을 갖게 되어 IARA(increasing absolute risk aversion) 효용함수를 가정하는 것이 되어 현실에 맞지 않은 가정을 하게 되는 것이다.

---

2 사료 곡물이나 원유를 수입하는 기업의 경우 국내에서 판매하는 가격이 원화 표시 수입 원자재 가격(원자재 가격×환율)과 매우 밀접한 관계에 있다. 이 기업의 국내 판매가격을 S_T, 가격 상승률을 $\hat{S}_T$, 그리고 원화표시 수입원자재 가격의 상승률을 $(\widehat{e_T P_T})$라고 할 때 $\hat{S}_T = \alpha + \beta(\widehat{e_T P_T})$의 관계가 성립하고, 이를 이용하여 식 (1)을 변화시키는 경우는 이 논문의 제4절에서 제시할 것이다.

3 혹은 Y_T가 정규분포를 이루면서 CARA 효용함수를 가진다고 가정하는 경우에도 평균-분산 분석을 이용하여 효용극대화 문제를 풀 수 있다. 그러나 확률변수 e_T나 P_T가 정규분포를 이루고 있다고 하더라도 Y_T가 정규분포를 갖지 않기 때문에 두 확률변수의 곱의 형태로 나타난 Y_T는 정규분포를 갖지 않을 것이다.

Kimball(1990)은 서로 독립인 두 확률변수의 곱으로 수익이 나타날 경우 의사결정을 함에 있어서 $-u'''/u''$이 매우 중요한 역할을 한다고 하였고, 여기서도 Y_T가 독립적인 두 확률변수 e_T와 P_T의 곱으로 나타나기 때문에 u'''이 적정 헤징결정에서 중요한 역할을 한다는 것을 의미한다. 따라서 $u'''=0$으로 설정한다면 결과에 중요한 오류가 발생할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 식 (2)의 극대화를 위해 평균-분산 분석이 아닌 식 (2)와 $u'>0$, $u''<0$ 및 $u'''>0$이라는 가정만을 이용하여 기대되는 효용을 극대화하는 상품선물 거래량과 원/달러 선물 거래량에 대해 도출하고자 한다.

2.1. 수입물량과 헤징 목적의 선물거래량

식 (2)를 M, X, Z에 대해 편미분한 극대화 조건은 다음과 같이 도출된다.

(4-1) $E[u'(Y_T)\{G'(M)-e_TP_T\}] = 0$

(4-2) $E[u'(Y_T)\{e_T-e_f\}] = 0$

(4-3) $E[u'(Y_T)\{e_T(P_T-P_f)\}] = 0$

식 (4-1)~(4-3)을 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

(4-1-1) $G'(M)E[u'(Y_T)] = E[u'(Y_T)e_TP_T]$

(4-2-1) $E[u'(Y_T)e_T] = e_fE[u'(Y_T)]$

(4-3-1) $E[u'(Y_T)e_TP_T] = P_fE[u'(Y_T)e_T]$

식 (4-1-1)과 식 (4-3-1)으로부터 $G'(M)E[u'(Y_T)]=P_fE[u'(Y_T)e_T]$이 되고, 식 (4-2-1)로부터 $E[u'(Y_T)e_T]$ 대신에 $e_fE[u'(Y_T)]$를 대입하여 정리하면 $G'(M)=e_fP_f$가 되어 기대되는 효용을 극대화하는 수입물량(M^*)을 결정함에 있어서 효용함수의 형태나 확률변수의 분포에 영향을 받지 않게 된다. 즉, 수입물량 M^*는 이 기업의 위험기피 정도에도 영향을 받지 않을 뿐만 아니라 미래의 불확실한 수입가격(P_T)과 환율(e_T)에 영향을 받지 않고, 현재 시장에서 알려져 있는 선물가격들(e_f, P_f)을 보고 결정되게 된다. 따라서 수입기업이 원자재 선물가격이 저평가 혹은 고평가되었다고 생각되거나 원/달러 선물환율이 고평가 혹은 저평가되었다고 판단을 한다고 하더라도 수입물량에는 영향을 미치지 않게 된다는 것을 의미한다.[4] 만약 선물가격들이 저평가 혹은 고평가되었다면 이는 단지 선물의 투기적인 거래에만 영향을 미치지 기업의 생산 및 판매활동에는 영향을 미치지 않게 된다는 것을 의미한다.

이러한 결과는 수입물량이 결정된 다음에 원자재 선물거래량과 원/달러 선물거래량이 결정되는 분리정리(separation theorem)가 성립한다는 것을 의미한다.[5] 이제 수입물량 M^*이 결정된 이후에 기대효용을 극대화하는 선물거래량을 도출하기 위해 편의상 헤징 거래량과 투기적 거래량으로 나누어 살펴보기로 한다.

먼저 헤징 거래량을 살펴보기 위해 Lapan, Moschini and Hanson(1991) 등과 같이 원자재 선물가격과 원/달러 선물환율이 불편가격(unbiased futures price), 즉 $e_f = E[e_T]$이고 $P_f = E[P_T]$라고 하자.

불편가격 조건에서 식 (4-2)와 식 (4-3)은 $Cov[u', e_T] = 0$과 $Cov[u'(Y_T), e_T P_T] = 0$이 되고, 이를 만족시키는 선물 거래량을 구하면 $Z_h = M^*$, $X_h = P_f M^*$이 된다. 여기서 아래 첨자 h는 헤징 거래를 나타낸다. $Z_h = M^*$, $X_h = P_f M^*$를 식 (1)에 대입하면 $Y_T = G(M^*) - e_f P_f M^*$이 되어 만기 시점에서 가격이나 환율이 어떻게 형성되건 간에 이들 변수의 영향을 받지 않게 되는 헤징을 할 수 있게 된다.

2.2. 편의 선물가격일 경우 투기적 거래량

이제 투기적 거래량을 살펴보기 위해 선물가격이 기대되는 현물가격과 차이가 있는 불편가격인 경우를 살펴보자. 그리고 투기적인 원자재 선물 거래량을 Z_s, 투기적인 원/달러 선물 거래량을 X_s라 할 때 $X = X_h + X_s = M^* + X_s$과 $Z = Z_h + Z_s = P_f M^* + Z_s$이 되고, 이를 식 (1)에 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$(5) \qquad Y_T = G(M^*) - e_f P_f M^* + e_T (P_T - P_f) Z_s + (e_T - e_f) X_s$$

확률변수 X의 기댓값을 $\overline{X}$라고 할 때, 식 (5)로부터 $Y_T - \overline{Y}_T = (e_T - \overline{e}_T) X_s + (e_T P_T - \overline{e}_T \overline{P}_T) Z_s - (e_T - \overline{e}_T) P_f Z_s$가 되고, $Cov[u'(Y_T), Y_T] = E[u'(Y_T)(Y_T - \overline{Y}_T)]$이기 때문에 Y_T와 $u'(Y_T)$의 공분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

---

4 또한 불확실한 환율과 원자재 가격의 변동성이나 이 기업의 위험 회피 정도에도 영향을 받지 않는다.

5 Kawai and Zilcha(1986)은 생산량 결정이 효용함수, 확률변수의 분포에 의존하지 않고 결정된다는 점에서 분리정리(Separation theorem)가 성립한다고 하였다.

$$(6)\qquad Cov[u', Y_T] = E[u'e_T]X_s - \overline{e}_T X_s E[u'] + E[u'e_T P_T]Z_s$$
$$- \overline{e}_T \overline{P}_T E[u']Z_s - E[u'e_T]P_f Z_s + \overline{e}_T P_f Z_s E[u']$$

효용극대화 조건으로부터 도출된 식 (4-2)와 (4-3)을 변형한 $e_f E[u'] = E[u'e_T]$, $E[u'e_T P_T] = P_f E[u'e_T] = e_f P_f E[u']$을 식 (6)에 대입하고, e_T와 P_T가 독립이라는 사실을 이용하면 다음과 같은 결과가 도출된다.

$$(7)\qquad Cov[u', Y_T] = \left[(e_f - \overline{e}_T)(X_s - P_f Z_s) + (e_f P_f - \overline{e}_T \overline{P}_T)Z_2\right] \times E[u']$$

$u'' < 0$이기 때문에 공분산은 음의 값을 가져야 한다.[6] 이는 대괄호 안의 부호가 음의 값을 가져야 한다는 것을 의미한다. 즉,

$$(8)\qquad (e_f - \overline{e}_T)(X_s - P_f Z_s) + (e_f P_f - \overline{e}_T \overline{P}_T)Z_s < 0$$

2.2.1. 편의 원자재 선물가격과 불편 선물환율인 경우

원/달러 선물환율이 불편이고($e_f = \overline{e}_T$), 원자재 선물가격이 편의($P_f \neq \overline{P}_T$)라고 하자. 그러면 식 (8)은 $Z_s e_f (P_f - \overline{P}_T) < 0$가 된다. 원/달러 선물환율 e_f는 항상 양의 값을 갖기 때문에 다음의 관계가 성립한다.

(9-1) $If\ P_f > \overline{P}_T \quad \Rightarrow \quad Z_s < 0$ (매도)
(9-2) $If\ P_f = \overline{P}_T \quad \Rightarrow \quad Z_s = 0$
(9-3) $If\ P_f < \overline{P}_T \quad \Rightarrow \quad Z_s > 0$ (매수)

따라서 현재 원자재 선물가격이 기대되는 현물가격보다 높아 선물가격이 과대평가되었다고 생각된다면 원자재 선물을 투기적 목적으로 매도하고, 반대로 원자재 선물가격이 기대되는 현물가격보다 낮아 선물가격이 과소평가되었다고 판단된다면 원자재 선물을 투기적 목적으로 매수하게 된다.

원자재 선물의 투기적 거래를 하는 이유는 기대수익을 남기기 위한 행위이고, 이러한

---

6 식 (7)에서 $\partial u'/\partial Y_T$가 항상 양(음)의 값을 가지면 공분산은 양(음)이 된다.

기대수익은 달러로 표시된 것이기 때문에 미래의 T시점에서 원/달러 환율에 따라 원화가치가 불확실하게 될 것이다. 이러한 불확실성을 헤징하기 위해 원/달러 선물을 이용하게 될 것이다. 그러나 미래의 T시점에서 발생되는 달러 수익 역시 불확실한 상황이다. 이러한 상황에서 환율 불확실성을 헤징하기 위해 원/달러 선물을 어떻게 이용하는지를 살펴보기로 한다. 여기서는 Losq(1982), Sakong, Hayes and Hallam(1993), Lence, Sakong and Hayes(1994)에서와 같이 평균값 정리(mean-value theorem)를 이용하고자 한다. 식 (4-2)의 중괄호 안의 $e_T - e_f$에 $\bar{e}_T$를 빼고 더해 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(11)\quad \left(e_f - \bar{e}_T\right)E\left[u'(Y_T)\right] = E\left[u'(Y_T)\left(e_T - \bar{e}_T\right)\right]$$

$h(e_T) = E\left[u'(Y_T)\middle|e_T\right]$라고 할 때 평균값 정리에 의해 다음과 같은 관계가 성립하는 $\hat{e}_T$가 항상 존재하게 된다.[7]

$$(12)\quad h(e_T) = h(\bar{e}_T) + (e_T - \bar{e}_T)h'(\hat{e}_T)$$

식 (12)를 식 (11)의 우변에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$(13)\quad E\left[u'(Y_T)\right]\times\left(e_f - \bar{e}_T\right) = E\left[h'(\hat{e}_T)(e_T - \bar{e}_T)^2)\right]$$

여기서 $h'(\hat{e}_T) = E\left[u'(\hat{Y}_T)\middle|\hat{e}_T\right]$이고, $\hat{Y}_T$는 식 (1)에서 $e_T = \hat{e}_T$인 경우로, $\hat{Y}_T = G(M^*) - e_f P_f M^* + (\hat{e}_T - \bar{e}_T)X_s + \hat{e}_T(P_T - P_f)Z_S$이 된다.

따라서 식 (13)에서 $h'(\hat{e}_T) = E\left[u''(\hat{Y}_T)\{X_s - (P_f - P_T)Z_s\}\middle|\hat{e}_T\right]$이 되어, 식 (13)은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$(14)\quad E\left[u'(Y_T)\right]\times\left(e_f - \bar{e}_T\right) = X_s E\left[u''(\hat{Y}_T)(e_T - \bar{e}_T)^2\right] - Z_s E\left[u''(\hat{Y}_T)(e_T - \bar{e}_T)^2(P_f - P_T)\right]$$

원/달러 선물환율이 불편이고($e_f = \bar{e}_T$), 원자재 선물가격이 편의($P_f \neq \bar{P}_T$)인 경우, 식

[7] 평균값 정리는 미분가능한 함수의 그래프 위의 임의의 두 점을 연결한 직선의 기울기와 같은 기울기를 갖는 접선이 두 점 사이에 적어도 하나 있다는 것을 의미한다. 즉, $h(e_T)$ 곡선상의 두 점 $(e_T, h(e_T))$와 $(\bar{e}_T, h(\bar{e}_T))$를 연결한 선분의 기울기와 같은 $(\hat{e}, h(\hat{e}_T))$가 존재하고 이 점에서의 기울기는 $h'(\hat{e}_T)$가 된다는 것이다.

(14)의 좌변은 영이 되고, 식 (14)의 우변 두 번째 항에 $(P_f - P_T) = (P_f - \overline{P}_T) - (P_T - \overline{P}_T)$를 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(15) \quad X_s = \underset{(-)}{Z_s(P_f - \overline{P}_T)} + \underset{(+)}{\left\{ - Z_s \frac{\zeta_{eep}}{\zeta_{ee}} \right\}}$$

$$\zeta_{ee} = E\left[u''(\hat{Y}_T)(e_T - \overline{e}_T)^2\right] < 0$$

$$\zeta_{eep} = E\left[u''(\hat{Y}_T)(P_T - \overline{P}_T)(e_T - \overline{e}_T)^2\right]\}$$

식 (9-1)과 (9-3)에 의해 $P_f \neq \overline{P}_T$인 경우에 $Z_s(P_f - \overline{P}_T) < 0$이며, $(e_T - \overline{e}_T)^2 > 0$이고 $u'' < 0$이기 때문에 $\zeta_{ee} < 0$이 된다.

한편 $\zeta_{eep} = E\left[u''(\hat{Y}_T)(P_T - \overline{P}_T)(e_T - \overline{e}_T)^2\right] = E\left[(e_T - \overline{e}_T)^2 Cov\{u''(\hat{Y}_T), P_T | e_T\}\right]$이기 때문에 ζ_{eep}의 부호는 공분산의 부호와 같게 된다. 그런데 만약 $\partial u''(\hat{Y}_T)/\partial P_T$가 항상 양이거나 혹은 음이라면 ζ_{eep}의 부호도 양 혹은 음이 될 것이다. $\partial u''(\hat{Y}_T)/\partial P_T = \{u'''(\hat{Y}_T)\hat{e}_T\}Z_s$가 되고, 중괄호 안은 IARA 효용함수를 갖지 않는다면($u''' > 0$) 양의 값을 가질 것이기 때문에 ζ_{eep}의 부호는 Z_s의 부호와 같이 나오게 되어($Z_s\zeta_{eep} > 0$), 식 (15) 우변의 두 번째 항은 항상 양의 값을 갖게 된다.

결국 식 (15)의 우변의 첫 번째 항은 음의 값을 갖고, 두 번째 항은 양의 값을 갖게 된다. 이탁구 외(1997)에서도 외환선물의 헤징거래($P_f M^*$)를 제외한 투기적 거래는 $(P_f - \overline{P}_T)Z_s$로 계산되어[8], 식 (15)의 첫 번째 항만이 고려된 것이다. 따라서 IARA 효용함수가 아니라면 평균-분산 분석으로부터 도출된 선물환 매도량 $(P_f - \overline{P}_T)Z_s$는 과대평가되었다는 것을 알 수 있다.[9] 이러한 결과의 차이는 평균-분산 분석에서는 $u''' = 0$을 가정한 것이고, $\zeta_{eep} = 0$이 되어 식 (15) 우변의 첫 번째 항만이 남게 되기 때문이다.

만약 $P_f \neq \overline{P}_T$ 인 경우 투기적 목적으로 원자재 선물을 거래하는 이유는 기대수익이 양이기 때문이고, 이러한 양의 기대수익이 달러로 표시되어 있어 미래 T 시점에서 환율에 대한 불확실성에 직면하게 된다. 이러한 환율에 대한 불확실성을 헤징하기 위해 기대되는 달러 수익을 모두 매도를 하여 헤징을 한다는 것이 평균-분산 분석을 이용한 결과이고, 본 연구에서는 기대되는 달러 소득보다 적게 매도하게 된다는 것이다.

---

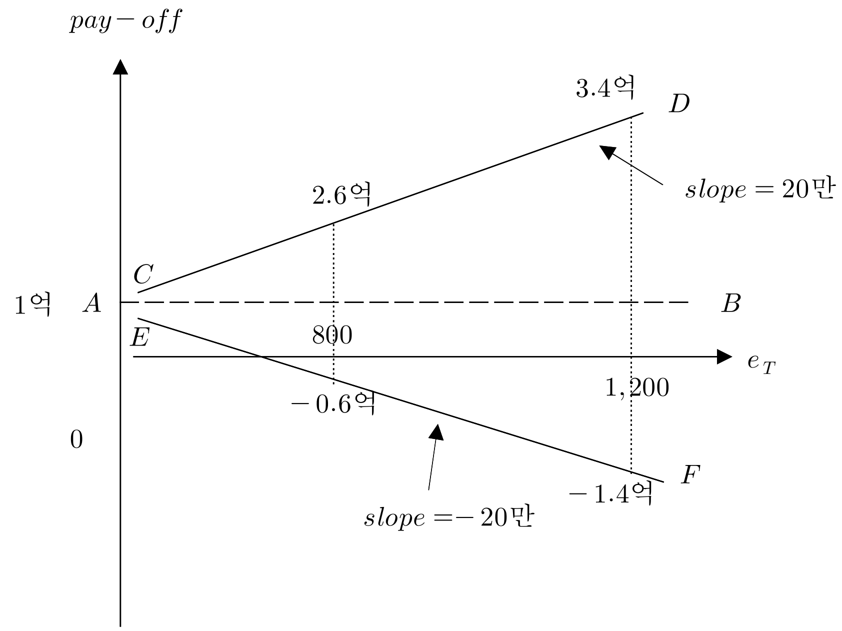
8 이탁구 외(1997)의 p. 135의 식 (7-1)과 (7-2)를 이용한 결과이고, 다만 이들은 X와 Z가 양인 경우 매도로 모형을 설정하였다는 점만 차이가 있다.

9 이 연구의 마지막 부분에서 제시한 수치적 예에서 모든 경우에 X_s는 음의 값을 가져 항상 매도하는 것으로 나타났고, 식 (15) 우변의 두 번째 항이 항상 양이기 때문에 외환선물 시장에서 기대되는 달러 수익[$Z_s(P_f - \overline{P}_T)$의 절댓값]보다 적게 매도하는 것으로 나타났다.

다음의 단순화한 예를 통하여 기대소득보다 적게 매도하는 것이 왜 바람직한가를 설명하기로 한다. $P_f \neq \overline{P}_T$인 상황에서 이 기업은 원자재 선물을 이용하여 투기적 거래를 하였고, 그 결과 10만 달러의 기대수익이 발생한다고 하자. 이 경우 평균-분산 분석을 이용하면 원/달러 선물시장에서 10만 달러를 모두 매도하게 된다. 그런데 10만 달러는 기대수익이지 확실한 금액이 아니다. 본 연구에서는 편의상 투기적 거래로 30만 달러의 수익이 발생할 수도 있고, 10만 달러의 손해를 볼 수도 있다고 가정하자(단 확률은 모두 0.5이고 선물환율이 1,000원/달러로 가정함). 10만 달러를 원/달러 선물시장에서 매도하였을 때, 환율 e_T에 따른 수익 $(1{,}000 - e_T) \times 10\text{만} + (-10\text{만 혹은 } 30\text{만}) \times e_T$를 <그림 1>에 제시하였다.

<그림 1>의 선 AB는 만기 시점에서 기대한 대로 10만 달러의 수익이 발생한다고 가정하였을 때 환율과 상관없이 항상 일정한 1억 원의 수익을 낼 수 있는 상황을 나타낸 것이다. 그러나 만기 시점에서 30만 달러가 된다면 환율변화에 따른 수익은 CD가 되고, 만기 시점에서 10만 달러의 손해를 본다면 환율변화에 따른 수익은 EF가 된다.

그림 1. 기대되는 달러수익을 모두 매도할 경우



평균-분산 분석을 이용하면 만기에서의 수익이 CD나 EF가 될 확률이 각각 0.5로 되는 상황이 최적이라는 것이다. 이 경우 만기 시점에서 10만 달러의 적자를 보는 경우 오히려

10만 달러를 선물로 매도하면 20만 달러를 과도하게 매도한 것이 된다. 특히 과매도를 하였는데 환율조차도 상승하였다면, 손해를 크게 볼 수도 있게 될 것이다(예를 들어, 1,200원/달러인 경우 1.4억 원 손해). 따라서 환율이 하락할 때 이익을 줄이고, 대신 환율이 상승할 때 손해를 줄이는 것이 더 바람직할 수 있을 것이고, 이와 같이 하기 위해서는 기대소득 10만 달러를 모두 매도하는 것이 아니라 10만 달러보다 적게 매도하게 될 것이다.

Babcock, Choi and Feinerman(1987)에서와 같이 확실한 소득 w와 불확실한 소득 $\pm h$를 갖고(각각의 확률 0.5), 위험 프리미엄을 θh라고 할 경우, $0.5u(w+h)+0.5u(w-h) = u(w-\theta h)$이 될 것이다. 만약 CARA 효용함수 $u(Y_T)=-e^{-AY_T}$를 가정한다면 다음과 같은 관계가 성립한다.

(16) $$e^{Ah\theta}=\frac{1}{2}\times\left(e^{-Ah}+e^{Ah}\right)$$

A값과 h값이 주어진다면 식 (16)을 만족시켜 주는 위험 프리미엄의 비율인 θ를 구할 수 있게 된다. <그림 1>에서 확실한 소득(w) 1억 원과 환율이 800원/달러일 때 불확실한 소득($\pm h$)은 ± 1.6억 원이 되고, 환율이 1,200원/달러일 때 확실한 소득 1억 원과 불확실한 소득은 ± 2.4억 원이 된다. 만약 절대위험 회피계수 $A=10^{-9}$으로 가정하면 불확실한 소득 ± 1.6억 원을 헤징하기 위해 지불하는 프리미엄 $\theta = 7.97\%$(1,275.2만 원), 불확실한 소득 ± 2.4억 원을 헤징하기 위해 지불하는 프리미엄 $\theta = 59.18\%$(9,448.8만 원)으로 계산된다. 즉, 경제주체는 환율이 800원/달러일 때보다 환율이 1,200원/달러이 될 경우 헤징하기 위한 프리미엄을 더 지불하겠다는 것이다. 따라서 헤징하고자 하는 기업의 입장에서는 <그림 1>의 상황보다는 환율이 높을 때 수익을 증대시키고, 대신에 환율이 낮을 때 수익을 낮추는 대안을 선택할 것이다. 따라서 이 기업은 기대 수익 10만 달러를 모두 매도하는 것이 아니라 10만 달러보다 적게 매도하게 될 것이다.

2.2.2. 불편 원자재 선물가격과 편의 선물환율인 경우

원자재 선물 가격이 불편($P_f=\overline{P}_T$)인 경우 $P_T-P_f=P_T-\overline{P}_T$가 되어 식 (4-3)는 다음과 같이 정리될 수 있다.

(17) $$E\left[u'(Y_T)e_T(P_T-\overline{P}_T)\right]=0 \rightarrow Cov\left[u'(Y_T)e_{T,}P_T\right]=0$$

$\partial u'(Y_T)e_T/\partial P_T = u''(Y_T)e_T^2 Z_s$이고, $u'' < 0$이고 $e_T^2 > 0$이기 때문에 공분산이 영이 되기 위해서는 $Z_s = 0$이어야 한다.

또한 $Z_s = 0$이고 $P_f = \overline{P}_T$라면 식 (14)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(18)\quad \underbrace{E[u'(Y_T)]}_{+}\left(e_f - \overline{e}_T\right) = X_s\ \underbrace{\left\{E\left[u''(\hat{Y}_T)(e_T - \overline{e}_T)^2\right]\right\}}_{-}$$

식 (18)의 우변의 중괄호는 음의 값을 갖고, $E[u'(Y_T)] > 0$이기 때문에 다음과 관계가 성립한다.

(19-1) $If\ e_f > \overline{e}_T \rightarrow X_s < 0$ (매도) and $Z_S = 0$
(19-2) $If\ e_f = \overline{e}_T \rightarrow X_s = 0$ and $Z_S = 0$
(19-3) $If\ e_f < \overline{e}_T \rightarrow X_s > 0$ (매수) and $Z_S = 0$

이 결과는 평균-분산 분석을 이용한 이탁구 외(1997)와 동일한 결과가 도출되었다. 즉, 원자재 선물가격이 불편이라면 선물환율이 편의가 되건 불편이건 간에 원자재 선물거래는 하지 않게 된다. 그리고 원자재 선물가격이 불편이지만 선물환율이 과대평가되었다고 생각되었다면($e_f > \overline{e}_T$) 선물환을 매도($X_s < 0$)하고, 반대로 선물환율이 과소평가되었다고 생각된다면($e_f < \overline{e}_T$) 선물환을 매수($X_s > 0$)하게 된다.

3. 수치적 분석 예

앞서의 도출된 결과에서 기존 연구와 가장 큰 차이가 있는 부분이 선물환율이 불편이고, 원자재 선물가격이 편의가 되는 경우였다. 따라서 본 연구에서는 이론적인 차이가 현실적으로 얼마나 차이가 날 수 있는지에 대해 수치적인 예를 들어 설명하고자 한다.

먼저 CARA(constant absolute risk aversion) 효용함수 $u(Y_T) = -e^{-AY_T}$를 갖고, 환율과 달러 표시 원자재 가격이 정규분포를 가진다고 가정한다.

$$(20)\quad e_T \sim N(\overline{e}_T,\ \sigma_e^2) \quad \text{그리고} \quad P_T \sim N(\overline{P}_T,\ \sigma_P^2)$$

이 경우 두 개의 확률변수를 적분하는 대신에 한 개의 확률변수 e_T에 대해서만 적분해도 된다.[10]

(21)[11] $E\left[u(Y_T)\right]=E\left[-\exp\left[-A\left\{(e_T-e_f)X_s+e_T(\overline{P}_T-P_f)Z_s-\frac{1}{2}\sigma_P^2AZ_s^2e_T^2\right\}\right]\right]$

기대효용을 계측하기 위해 원유수입의 예를 들도록 한다. 사료곡물, 사탕무 등 농산물의 예에도 적용될 수 있으나 원유의 자료수집이 용이하기 때문이다. 여기서 이용된 대미 환율과 원유의 수입가격에 대한 기댓값은 편의상 1,200원/달러과 50달러로 설정하였고, 변동성은 최근 1년 동안의 월별 자료를 이용하여 계산하였으며, 그 결과를 <표 1>에 제시하였다.

표 1. 기대효용 계산에서 이용되는 기초 자료

	기대값	변동성[1)]		
		1개월	3개월	6개월
대미 환율(e_T)	1,200	43.5	78.17	110.54
원유 수입가격(P_T)	50	4.1	7.1	10.0

주: 1) 최근 1년 동안의 월별자료를 이용하여 월별 변동성(σ)을 구하고, t개월 후 변동성은 $\sqrt{t}\,\sigma$로 계산하였다.

절대위험 회피 계수 A는 수익 Y_T를 나타내는 화폐단위에 따라 다르게 측정되고, 불확실성의 정도에 따라 다르게 측정될 수 있다. <표 2>는 식 (16)을 이용하여 절대위험 회피계수(A)와 불확실한 수익($\pm h$)에 따라 위험 프리미엄이 얼마나 계산되는가를 나타낸 것이다.

표 2. 절대위험 회피계수와 위험 프리미엄 간의 관계

$\pm h$	A(절대위험 회피계수)					
	1×10^{-6}		1×10^{-5}		1×10^{-4}	
	θ	θh	θ	θh	θ	θh
±$1,000	0.05%	$1	0.50%	$5	5.00%	$50
±$10,000	0.50%	$50	5.00%	$500	43.38%	$4,338
±$100,000	5.00%	$5,000	43.38%	$43,380	93.07%	$93,070
±$1,000,000	43.38%	$433,800	93.07%	$930,700	99.31%	$993,100

자료: 식 (15)를 만족시켜주는 θ를 계산한 것이다.

---

10 도출과정과 이 식을 이용하여 최적의 X_s와 Z_s를 구하는 방법은 부록을 참조하기 바란다.

11 식 (21)은 e_T와 P_T가 모두 정규분포를 이루고 있다고 하더라도 Y_T는 e_T^2를 포함하고 있어, Y_T는 정규분포를 이루지 않는다는 것을 보이고 있다. 따라서 e_T와 P_T의 정규성만으로 평균-분산 분석을 이용할 수 없고, 평균-분산 분석을 이용하기 위해서는 $u'''=0$의 조건을 만족시켜야 한다. 그러나 이는 IARA(increasing absolute risk aversion) 효용함수를 가정하는 것이 되어 이 연구에서 도출한 결과가 평균-분산 분석을 이용한 이탁구 외(1997)의 연구 결과가 차이가 나는 것이다.

예를 들어, 절대위험 회피계수가 1×10^{-6}인 경우 만약 불확실한 수익이 $\pm\$1,000$라면 위험프리미엄은 $1,000의 0.05%인 $1가 되고, $\pm\$10,000$라면 0.50%인 $50가 위험 프리미엄으로 계산되고, 불확실한 수익이 $\pm\$100,000$와 $\pm\$1,000,000$라고 하면 위험프리미엄은 각각 $\$5,000$와 $\$433,800$으로 계산된다. 절대위험 회계계수가 1×10^{-4}인 경우는 위험 프리미엄이 너무 큰 것으로 판단되어 절대위험 회피계수는 1×10^{-6}과 1×10^{-5}을 적용하기로 한다. 앞서 식 (16)에서 h가 달러로 계산되는 되는 경우보다 원화로 표시되는 경우 (환율을 1,000원/달러으로 가정) 불확실한 수익이 1,000배나 크게 나타난다. 따라서 본 연구에서는 수익이 원화표시로 되어 있어 환율을 1,200원/달러으로 계산하여 8.3×10^{-9}과 8.3×10^{-10}을 이용하기로 한다.

표 3. 편의 원유선물 가격일 때 투기적 원유선물 거래량과 헤징 통화 선물 거래량

P_f	$e_f = E[e_T]$ = 1,200		$Z_s(P_f - \overline{P}_T)$ 1)	$-Z_S \zeta_{eep}/\zeta_{ee}$
	Z_s	X_s		
$A = 8.3 \times 10^{-9}$, 투자기간 = 1개월				
42	47,719	-502	-381,752	381,250
50	0	0	0	0
58	-47,719	-502	-381,752	381,250
$A = 8.3 \times 10^{-10}$, 투자기간 = 1개월				
42	477,189	-5,036	-3,817,512	3,812,476
$A = 8.3 \times 10^{-10}$, 투자기간 = 3개월				
42	158,714	-4,964	-1,269,712	1,264,748
$A = 8.3 \times 10^{-10}$, 투자기간 = 6개월				
42	78,274	-3,695	-626,192	622,497

주: 1) 원유선물 가격이 편의이고, 선물환율이 불편인 경우 $Z_s(P_f - \overline{P}_T)$의 절댓값은 투기적인 원유선물 거래로 발생되는 달러 표시 기대수익이 되고, 이탁구 외(1997)에서는 기대수익을 헤징하기 위해 이 금액만큼을 선물환 거래량을 한다고 하였다.

<표 3>은 원유의 기댓값을 배럴당 50달러로 가정하고, 식 (21)을 이용하여 기대효용을 극대화하는 원유선물 거래량과 외환 선물 거래량을 구한 것이다. 여기서는 선물환율이 기대되는 환율과 같지만 원유 선물가격과 기대되는 원유가격 간에 차이가 나는 경우 투기적 원유선물 거래량과 이로 인해 발생되는 환율의 불확실을 헤징하기 위한 선물환 거래량만을 제시하였다. 즉, 식 (9-1)~(9-3)에서 도출된 투기적 원유선물 거래량 Z_s와 식 (15)에서 도출된 선물환 거래량 X_s을 편의의 정도에 따라 수치적으로 계산된 결과를 나타낸 것이다.

예상된 바와 같이 두 선물 가격이 불편이라면 $X_s = Z_s = 0$이 계산되었다. 그러나 원유 선물 가격이 기대되는 원유가격보다 낮다면 투기적 거래로 원유선물을 매수하고($Z_s > 0$), 반대인 경우에는 원유선물을 매도하게 된다($Z_s < 0$). 그러나 P_f와 $\overline{P}_T$의 차이의 절댓값이 같으면 투기적 원유선물 거래량은 절댓값은 같고 단지 매수냐 혹은 매도냐의 차이만 있게 된다. 이러한 이유로 이후의 표에서는 원유 선물가격이 58달러가 되는 경우에는 제시하지 않고 48달러인 경우만을 제시하였다.

절대위험 회피계수가 8.3×10^{-9}이고 원유 선물가격이 42달러인($P_f = \$42$) 경우에는 원유선물 47,719달러만큼을 매수하고, 원유선물의 매도로부터 381,752달러를 벌 것으로 기대한다. 이탁구 외(1997)의 도출된 결과에 따르면 기대수익 381,752달러를 모두 매도하여(<표 3>에서 음의 값은 매도를 의미함) 헤징을 하게 된다. 그러나 본 연구에서 도출한 식 (14)에서 $-Z_S \zeta_{eep}/\zeta_{ee}$부분이 영이 아니고, 이러한 수치적 예에서는 381,250달러가 되어 이 기업은 결국 502달러만큼만 매도하는 것으로 나타났다.

그리고 절대위험 회피계수가 8.3×10^{10}로 덜 위험 회피적인 사람은 X_s도 Z_s도 10배 더 많이 거래하는 것으로 나타났다.[12] 또한 투자기간이 1개월이 아니고 3개월 혹은 6개월이 되는 경우 변동성이 커지게 되어 투기적 원유선물 거래량도 줄어들게 되고 이로 인해 달러 표시 기대소득이 감소하게 된다.[13] 달러 표시 기대소득이 감소하여 외환 선물을 통해 헤징하고자 하는 금액은 줄어들지만 환위험이 커지게 됨에 따라 헤징비율(hedging ratio)은 커지게 된다.

4. 판매가격이 수입원가에 연동되는 경우 헤징 거래량

만약 국내 판매가격이 수입원가에 어느 정도 연동된다면(즉, 판매가격 S_T가 원화표시 수입원가와 선형관계에 있다면 식 (1)에서 $e_T P_T \; G(M) = (\alpha + \beta e_T P_T) M$이 되고, 위와 동일한 방법으로 헤징거래량을 구하면 상품 선물은 $(1-\beta)M$만큼 매입하고, 이에 필요한 달러 $(1-\beta)P_f M$만큼의 달러선물을 매입하게 된다.

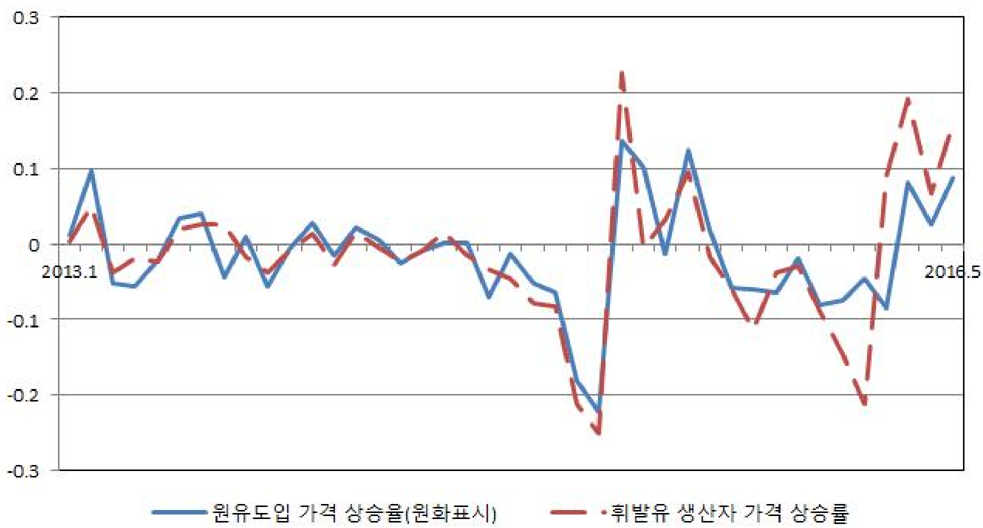
12 이러한 결과는 CARA 효용함수의 특성에 의해 도출된 결과라고 할 수 있다. A가 10배가 되면 Y_T가 1/10배가 되어 두 곱은 최적화 상태에서 일정하게 나타나기 때문이다.

13 기대수익을 증대시키기 위한 투기적 거래를 하는 경우 그만큼 위험을 떠안아야 하는 것이기 때문에 위험이 크다면 투기적 거래량이 줄어들게 될 것이다. 선물가격과 기대되는 현물가격의 차이가 클수록, 위험 회피 정도가 작을수록, 위험이 작을수록 투기적 거래량은 증대하게 된다.

국내 판매가격이 수입원가에 연동되는 정도가 크면 클수록 β가 1에 가깝게 추정되고, 상품선물이나 외환선물에서 헤징하기 위해 매수해야 하는 양은 그만큼 줄어들게 되는 것이다. 이러한 이유로 국내 정유회사나 사료회사에서는 수입물량 전체를 헤징하는 것이 아니라 수입물량의 $1-\beta$비율만큼만 헤징하는 것이 바람직하다.[14]

다음 <그림 2>는 통계청 KOSIS에 제시된 2013년 1월부터 2016년 5월까지 원화 표시 원유의 월별 가격 상승률과 휘발유 생산자 월별 가격 상승률을 나타낸 것이다. 국내의 휘발유 가격 변화와 원화 표시 원유 가격이 거의 연동되어 있어($\beta \rightarrow 1$), 정유회사의 입장에서는 구태여 원유선물이나 통화선물을 이용하여 헤징할 필요성이 낮기 때문에 헤징비율이 매우 낮은 상황을 보이는 것이다.[15]

그림 2. 원화표시 원유 수입가격 상승률과 휘발유 생산자 가격 상승률



---

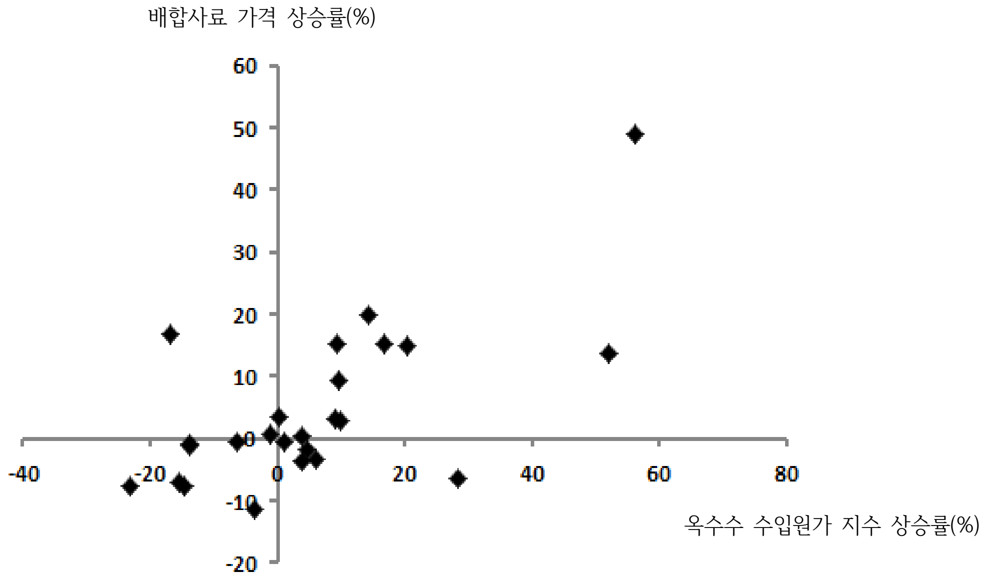
14 윤병삼(2010)은 국내 사료회사들의 구매량 중에 20~30% 정도만 선물거래를 이용한다고 하였다. 이와 같이 선물거래를 적게 이용하는 이유에 대해 윤병삼(2010)은 곡물업계와 선물업계에서 해외 농산물 선물거래를 담당하는 62명을 대상으로 설문조사한 결과 선물거래의 목적과 헤징의 기본 메커니즘에 대한 인식부족, 헤징을 통한 구매 목표가격에 대한 인식부재, 베이시스 자료의 축적 미흡, 구매단체를 통한 공동구매의 관행, 해외신용거래의 제약, 선물거래에 대한 회계처리의 복잡성 및 전문인력의 부족과 내부 보상체계의 미비 등 제도적인 이유를 제시하고 있다. 본 연구에서는 이들 제도적인 원인 이외에도 가격전가가 불가능한 초과물량에 대해서만 헤징수요를 가지기 때문에 구매물량 모두를 선물로 헤징할 필요는 없다는 것을 보이고 있다.

15 2010년 1월부터 2016년 5월까지의 월별 자료를 이용하여 휘발유 생산자 가격 상승률과 원화 표시 원유 수입가격 상승률을 이용하여 추정한 β값은 0.9632로 추정되었다. 따라서 정유회사의 입장에서는 수입물량의 약 3.7% 정도만 헤징하는 것이 바람직한 것으로 추정되었다.

<그림 3>은 사료곡물의 대표적인 옥수수 원화표시 수입원가 지수 변화율과 배합사료가격 변화율의 1992~2015년 자료를 나타낸 것이다. 배합사료가격은 농림축산식품 주요통계에 제시된 배합사료 25kg당 가중평균의 값을 이용하였고, 옥수수 가격은 통계청의 KOSIS로부터 원화기준 수입물가지수를 이용하였다.[16]

옥수수의 원화표시 수입가격지수의 상승률과 배합사료 가격의 상승률 간에도 어느 정도 양의 관계가 있다는 것을 알 수 있다. 이는 옥수수를 원료로 사용하는 사료회사의 경우 옥수수 수입원가의 변화 중 일부분은 판매가격에 전가되고, 판매가격에 전가되지 않는 부분에 대해서만 헤징 목적의 선물거래를 하게 된다. <그림 3>의 자료를 이용할 경우 $\beta = 0.38$로 추정되어 약 62%만을 옥수수 선물로 헤징하는 것이 바람직한 것으로 계측되었다.

그림 3. 옥수수 수입원가 지수 상승률과 배합사료 가격 상승률의 관계



16 농림축산식품 주요통계에 따르면 사료곡물 사용실적을 보면 옥수수가 전체 사용량의 약 80% 정도 차지하는 것으로 나타나 편의상 옥수수의 원화표시 수입가격 지수만을 살펴보았다.

5. 요약 및 결론

원자재를 수입하여 이를 가공·판매하는 기업의 경우 달러 표시 수입가격이 불확실할 뿐만 아니라 환율도 불확실한 상황에 처해 있다. 이와 같이 이중적인 불확실성하에서 기업들은 위험을 줄이기 위한 헤징 행위뿐만 아니라 투기적 거래도 동시에 하는 경우가 일반적이라고 볼 수 있다.

기존의 Kawai and Zilcha(1986)은 기대효용을 극대화하여 이를 분석하였으나 $u' > 0$이고 $u'' < 0$인 사실만을 이용하였다. 그 결과 보다 풍부한 결과를 도출할 수 없었으나, 이탁구 외(1997)에서는 평균-분산 분석을 이용하여 불확실한 달러 표시 수입가격과 환율하에서 상품선물과 외환선물을 이용한 수입기업의 헤징과 투기적 거래를 살펴보았다. 그러나 평균-분산 분석은 수익이 본 연구에서와 같이 불확실한 두 변수의 곱으로 나타나는 경우 정규분포라고 할 수 없기 때문에 IARA 효용함수를 가정한 것이 된다. 본 연구에서는 현실에 맞도록 효용함수가 CARA 혹은 DARA라는 전제하에서($u''' > 0$) 기대되는 효용을 극대화하는 수입기업의 헤징과 투기적 거래에 대해 살펴보았다.

헤징거래의 경우에는 기존의 연구들과 같이 상품선물에서는 수입물량의 전체를 매입하고, 이에 필요한 달러를 선물환 시장을 통하여 매입하게 된다. 그리고 상품선물 가격이 기대되는 현물가격과 동일하지만(불편 상품선물 가격) 선물환율이 기대되는 환율과 차이가 날 경우에도(편의 선물환율) 기존의 연구와 같이 선물환 시장에서 투기적 거래만이 존재하는 것으로 도출되었다.

선물환율이 불편이어도 상품선물 가격이 편의가 되었다고 인식된다면 상품선물 시장에서 투기적 거래가 발생하지만, Kawai and Zilcha(1986)에서는 이로 인해 선물환 시장에서 추가적인 거래가 발생할 수 있다는 정보를 제공하지 못하였다. 그리고 이탁구 외(1997)에서는 투기적인 상품선물 시장에서의 달러 표시 기대수익을 모두 선물환 시장에서 매도를 하여 헤징한다는 결과를 도출하였다. 그러나 본 연구에서는 선물환 시장에서 달러 표시 기대수익을 모두 매도하는 것이 아니라 이보다 적은 값을 매도하게 된다는 결론을 도출하였다.

본 연구에서는 Kawai and Zilcha(1986)와 같이 기대효용을 극대화하되 효용함수가 IARA가 아닌 경우를 가정하여 $u''' > 0$이라는 사실과 평균값 정리를 적용하여 Kawai and Zilcha(1986)에서 도출하지 못한 결과를 얻을 수 있게 되었고, 이탁구 외(1997)에서와 다른 결과를 도출할 수 있었다. 그리고 원유를 수입하는 기업의 예로 수치적 분석을 한 결과 이탁구 외(1997)에서 도출한 결과와 매우 차이가 크게 나타나고 있다는 것을 보였다.

이 연구에서 도출한 결과는 원유를 수입하는 기업뿐만 아니라 농산물(사료곡물, 사탕수수, 콩 등)을 수입하여 국내에서 가공판매를 하는 기업의 경우에도 동일하게 적용될 수 있다. 그러나 본 연구에서 설명한 바와 같이 우리나라의 경우 판매원가가 수입원가와 연동되어 결정되는 경우[판매원가가 수입원가의 $(1+\beta)$배에 판매한다면]에는 가격위험에 노출된 부분이 β비율 만큼이기 때문에 β비율만 헤징을 하게 되고, 이에 필요한 달러도 역시 β비율만 헤징하면 된다. 이러한 이유로 국내 정유회사나 사료곡물회사 혹은 원자재를 수입하여 가공 판매하는 기업의 경우에 선물시장을 통하여 헤징하는 비율이 매우 낮은 이유이기도 하다.

부록 : 기대효용을 극대화하는 수치적 과정

먼저 CARA(constant absolute risk aversion) 효용함수 $u(Y_T) = -e^{-AY_T}$ 를 갖고, 환율과 달러 표시 원자재 가격이 정규분포를 가진다고 가정한다.

(A1) $e_T \sim N(\mu_e,\ \sigma_e^2)$ 그리고 $P_T \sim N(\mu_P,\ \sigma_P^2)$

효용극대화 식 (2)를 구하기 위해서는 확률변수 e_T와 P_T에 대해 두 번 적분하여 이를 극대화시키는 선물거래량을 구해야 한다. 그러나 이 연구에서 P_T가 정규분포를 이룬다는 가정을 이용하여 P_T만에 대해 적분해도 될 수 있도록 도출한 식을 이용하고자 한다. CARA 효용함수를 이용하면 식 (2)는 다음과 같이 변화될 수 있다.[17]

(A2) $$E[u(Y_T)] = E\left[-e^{-A(K_T + e_T P_T Z_s)}\right] = E\left[-e^{-AK_T} E\left\{e^{-Ae_T Z_s P_T} \middle| e_T\right\}\right]$$

$$K_T \equiv (e_T - e_f)X_s - P_f Z_s e_T$$

그리고 식 (A2)의 우변 조건부 기댓값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(A3) $$E\left[e^{-Ae_T Z_s P_T} \middle| e_T\right] = \int e^{-Ae_T Z_s P_T} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_P} e^{-\frac{(P_T - \mu_P)^2}{2\sigma_P^2}} dP_T$$

식 (A4)를 정리하면 다음과 같이 도출된다.

(A5) $$E\left[e^{-Ae_T Z_s P_T} \middle| e_T\right] = e^{\mu_P A e_T Z_s - \frac{1}{2}\sigma_P^2 A^2 e_T^2 Z_s^2} \int \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_P} e^{-\frac{\{P_T - (\mu_P - \sigma_P^2 A e_T Z_s)\}^2}{2\sigma_P^2}} dP_T$$

식 (A5) 우변의 적분 부분은 기댓값이 $\mu_P - \sigma_P^2 A e_T Z_s$이고 분산이 σ_P^2인 정규분포의 확률밀도함수를 적분하는 것이 되어 1로 된다. 따라서 식 (A5)는 다음과 같이 정리된다.

---

[17] CARA 효용함수에서 Y_T에 일정한 값을 더하건 빼건 간에 결과에 영향을 미치지 못한다. 따라서 $G(M) - e_f P_f M$은 일정한 값으로 Y_T에서 제외하고 적분을 취하였다.

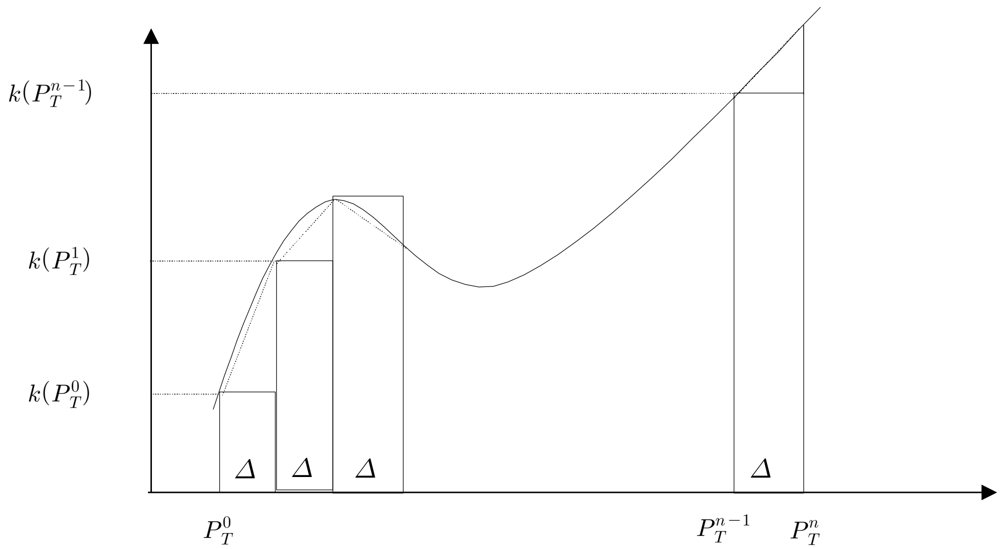
(A6) $E\left[e^{-Ae_TZ_sP_T}\middle| e_T\right] = e^{\mu_P A e_T Z_s - \frac{1}{2}\sigma_P^2 A^2 e_T^2 Z_s^2}$

식 (A6)을 식 (A2)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

(A7) $E[u(Y_T)] = E\left[-e^{-A\left\{(e_T - e_f)X_s + e_T(\mu_P - P_f)Z_s - \frac{1}{2}\sigma_P^2 A Z_s^2 e_T^2\right\}}\right]$

확률변수 P_T의 확률밀도함수를 $f(P_T)$라고, $k(P_T, X, Z) \equiv u(P_T;X,Z)f(P_T)$라고 할 때, 기대효용은 $E[u(P_T;X,Z)] = \int k(P_T;X,Z)dP_T$가 된다. <부도 1>과 같이 P_T를 Δ의 크기로 n개로 나누고, 각 막대그래프의 면적을 더한 다음, 막대그래프 위의 삼각형들을 모두 합한 것을 근삿값으로 이용한다.

부도 1. 기댓값의 근사치



즉, $\int_{P_T^0}^{P_T^n} k(P_T)dP_T \approx \sum_{i=0}^{n-1} k(P_T^i)\Delta + \frac{1}{2}\{k(P_T^n) - k(P_T^0)\}\Delta$이 되고, Δ의 크기를 작게 설정하면 오차가 거의 영에 가깝게 될 것이다.

위의 적분 방법은 X와 Z가 주어져 있을 때 기대효용 값을 구할 수 있게 된다. 본 연구에서는 X와 Y의 일정 범위를 설정하고, 그 구간 내에 균등한 거리(Δ_1이라 하자)를 갖는 m개씩의 X값과 Z값의 값, 즉 m^2의 짝의 $(X,\ Z)$을 대입하여 가장 큰 기대효용 값을 갖는 X와 Z를 선택한 다음[(X_1, Z_1)이라 하자], 다시 $(X_1 - \Delta_1,\ X_1 + \Delta_1)$,

$(Z_1 - \Delta_1,\ Z_1 + \Delta_1)$ 범위 내에서 X값과 Z의 값을 균등한 거리(Δ_2라 할 때, $\Delta_2 < \Delta_1$)를 갖도록 각각 m개씩 나누어 m^2개 짝의 $(X,\ Z)$을 대입하여 각 적분값을 구하여 가장 큰 값을 갖는 $(X_2,\ Z_2)$을 선정한다. 이와 같은 방법을 지속적으로 반복하여 효용을 극대화하는 X와 Z값을 구하게 된다.

참고 문헌

농림축산식품부. 각 연도.『농림축산식품 주요통계』.

이탁구, 사공용. 1997. “가격과 환율 불확실성하에서 수입기업의 헷징과 투기적 행위.”『농업경제연구』 제38권 제2호. pp. 12-40.

윤병삼. 2010. “해외 농산물 선물거래 활용의 제약요인 분석.”『농업경제연구』 제51권 제2호. pp. 17-35. UCI: G704-000586.2010.51.2.003

Adam-Müller, A. F. A. 1997. “Export and Hedging Decisions under Revenue and Exchange Rate Risk : A Note.” *European Economic Review*. vol. 41, pp. 1421-1426. doi:10.1111/boer.12016

Babcock, B. A., E. K. Choi and E. Feinerman. 1987. “Risk and Probability Premiums for CARA Utility Functions.” *Journal of Agricultural and Resource Economics*. vol. 18, pp. 17-24.

Kawai, M. and I. Zilcha. 1986. “International Trade with Forward-Futures Markets under Exchange Rate and Price Uncertainty.” *Journal of International Economics*. vol. 20, pp. 83-98. doi:10.1016/0022-1996(86)90062-0

Kimball, M. S. 1990. “Precautionary Saving in the Small and in the Large.” *Econometrica*. vol. 58. pp. 53-73. doi:10.3386/w2848

Lapan, H., G. Moschini and S. D. Hanson. 1991. “Production, Hedging, and Speculative Decisions with Options and Futures Markets.” *American Journal of Agricultural Economics*. vol. 73, pp. 66-74. doi:10.2307/1242884

Lence, S.H., Y. Sakong and D.J. Hayes. 1994. “Multiperiod Production with Forward and Option Markets.” *American Journal of Agricultural Economics*. vol. 76, pp. 286-295. doi:10.2307/1243630

Losq, E. 1982. “Hedging with Price and Output Uncertainty.” *Economics Letters*. vol. 10. pp. 65-70. doi:10.1016/0165-1765(82)90117-3

Moschini. G. and H. Lapan. 1995. “The Hedging Role of Options and Futures under Joint Price, Basis, and Production Risk.” I*nternational Economic Review*. vol. 36, pp. 1025-1049. doi:10.2307/2527271

Sakong. Y., D.J. Hayes and A. Hallam. 1993. “Hedging Production Risk with Options.” vol. 75, pp. 408-415.

Viaene, J. M. and I. Zilcha. 1998. “The Behavior of Competitive Exporting Firms under Multiple Uncertainty.” *International Economic Review*. vol. 39, pp. 591-609. doi:10.2307/2527391

원고 접수일: 2017년 7월 8일
원고 심사일: 2017년 7월 26일
심사 완료일: 2017년 9월 20일